



**Titre:** Prétraitement des connexions dans un problème de construction de rotations d'équipage aérien  
Title:

**Auteur:** Souad Gouaref  
Author:

**Date:** 2005

**Type:** Mémoire ou thèse / Dissertation or Thesis

**Référence:** Gouaref, S. (2005). Prétraitement des connexions dans un problème de construction de rotations d'équipage aérien [Mémoire de maîtrise, École Polytechnique de Montréal]. PolyPublie. <https://publications.polymtl.ca/7622/>  
Citation:

 **Document en libre accès dans PolyPublie**  
Open Access document in PolyPublie

**URL de PolyPublie:** <https://publications.polymtl.ca/7622/>  
PolyPublie URL:

**Directeurs de recherche:**  
Advisors:

**Programme:** Non spécifié  
Program:

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

PRÉTRAITEMENT DES CONNEXIONS DANS UN PROBLÈME DE  
CONSTRUCTION DE ROTATIONS D'ÉQUIPAGE AÉRIEN

SOUAD GOUAREF  
DÉPARTEMENT DE MATHÉMATIQUES ET DE GÉNIE INDUSTRIEL  
ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

MÉMOIRE PRÉSENTÉ EN VUE DE L'OBTENTION  
DU DIPLÔME DE MAÎTRISE ÈS SCIENCES APPLIQUÉES  
(MATHÉMATIQUES APPLIQUÉES)  
JUILLET 2005

© Souad Gouaref, 2005.



Library and  
Archives Canada

Bibliothèque et  
Archives Canada

Published Heritage  
Branch

Direction du  
Patrimoine de l'édition

395 Wellington Street  
Ottawa ON K1A 0N4  
Canada

395, rue Wellington  
Ottawa ON K1A 0N4  
Canada

*Your file    Votre référence*

*ISBN: 978-0-494-16790-8*

*Our file    Notre référence*

*ISBN: 978-0-494-16790-8*

#### NOTICE:

The author has granted a non-exclusive license allowing Library and Archives Canada to reproduce, publish, archive, preserve, conserve, communicate to the public by telecommunication or on the Internet, loan, distribute and sell theses worldwide, for commercial or non-commercial purposes, in microform, paper, electronic and/or any other formats.

The author retains copyright ownership and moral rights in this thesis. Neither the thesis nor substantial extracts from it may be printed or otherwise reproduced without the author's permission.

#### AVIS:

L'auteur a accordé une licence non exclusive permettant à la Bibliothèque et Archives Canada de reproduire, publier, archiver, sauvegarder, conserver, transmettre au public par télécommunication ou par l'Internet, prêter, distribuer et vendre des thèses partout dans le monde, à des fins commerciales ou autres, sur support microforme, papier, électronique et/ou autres formats.

L'auteur conserve la propriété du droit d'auteur et des droits moraux qui protègent cette thèse. Ni la thèse ni des extraits substantiels de celle-ci ne doivent être imprimés ou autrement reproduits sans son autorisation.

---

In compliance with the Canadian Privacy Act some supporting forms may have been removed from this thesis.

Conformément à la loi canadienne sur la protection de la vie privée, quelques formulaires secondaires ont été enlevés de cette thèse.

While these forms may be included in the document page count, their removal does not represent any loss of content from the thesis.

Bien que ces formulaires aient inclus dans la pagination, il n'y aura aucun contenu manquant.

  
**Canada**

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

Ce mémoire intitulé :

PRÉTRAITEMENT DES CONNEXIONS DANS UN PROBLÈME DE  
CONSTRUCTION DE ROTATIONS D'ÉQUIPAGE AÉRIEN

présenté par : GOUAREF Souad

en vue de l'obtention du diplôme de : Maîtrise ès sciences appliquées

a été dûment accepté par le jury d'examen constitué de :

M. ORBAN Dominique, Doct.Sc, président

M. DESAULNIERS Guy, Ph.D., membre et directeur de recherche

M. DUMAS Yvan, Ph.D., membre

*En cette journée ensoleillée du 20 juillet 2005, je désire dédier ce mémoire à mes deux enfants Rached et Sarah. Ils ont été tout au long de mes études source de soutien et d'inspiration.*

## REMERCIEMENTS

Mes remerciements vont tout d'abord à mon directeur de recherche, monsieur Guy Desaulniers, pour son encadrement, sa disponibilité et surtout pour ses conseils éclairés et son souci du détail.

Je remercie également monsieur François Soumis pour ses conseils et son appui financier tout au long de ce projet.

Je tiens à mentionner tout particulièrement la grande contribution de madame Mirela Stojkovic, associée de recherche au GERAD, à ce mémoire. Elle m'a grandement aidé avec ses commentaires constructifs.

Je voudrais remercier le professeur Dominique Orban qui a accepté de présider le jury de ce mémoire. Remerciments aussi à monsieur Yvan Dumas pour sa collaboration et avoir accepté de faire partie du jury.

J'adresse un remerciement à Issmail Elhallaoui pour ses conseils lors de la réalisation de la partie informatique de mon projet. Un merci aussi à monsieur Fabrice Lavier de la compagnie Kronos qui a bien voulu répondre à certaines de mes questions.

Finalement, je remercie ma famille pour ses encouragements tout au long de mes études, en particulier, Samir pour la patience dont il a fait preuve.

## RÉSUMÉ

Nous traitons dans ce mémoire le problème de construction des rotations d'équipage aérien. Il s'agit de construire un ensemble de rotations (suites de vols, connexions et repos qui débutent et finissent à la base de l'équipage) qui couvrent à coût minimum tous les segments de vol sur l'horizon considéré en respectant les règles de sécurité et de convention collective.

Le problème se formule comme un problème de partitionnement d'ensemble avec contraintes supplémentaires. La méthode de résolution utilisée est une méthode de génération de colonnes imbriquée dans une procédure de séparation et évaluation progressive. Avec cette approche, la résolution du problème de construction des rotations d'équipage aérien requiert, généralement, des réseaux de grande taille dans lesquels est calculé très souvent un plus court chemin. Nous cherchons à retrancher certaines connexions qui ne devraient pas faire partie d'une solution optimale afin d'utiliser de plus petits réseaux pour ainsi accélérer les temps de calcul. Comme il est impossible de savoir a priori quelles sont ces connexions, nous devons définir des critères pour les identifier le mieux possible.

Pour ce faire, nous présentons une stratégie de prétraitement local station par station visant à réduire la taille du problème. Cette stratégie est basée sur deux modèles mathématiques, un modèle d'affectation pour les stations hors-base et un modèle de flot à coût minimum pour les bases. En particulier, l'accent sera mis sur la définition de la structure de coût à utiliser. En pratique, ces deux modèles sont de petite taille et se résolvent aisément par CPLEX. Les connexions à retrancher seront identifiées à partir des coûts réduits des variables impliquées dans ces modèles. Cette méthode a été testée sur un jeu de données fourni par la compagnie Ad Opt Technologies et qui correspond à un problème hebdomadaire.

Le problème hebdomadaire intégrant le prétraitement proposé a été résolu avec différents scénarios de paramètres dans lesquels on a étudié le comportement de la fonction objectif et du temps de résolution en comparaison aux résultats obtenus avec un logiciel qui n'emploie pas le prétraitement. Cette comparaison a démontré que les solutions obtenues avec le prétraitement n'étaient pas meilleures. L'implantation de notre méthode pour réduire la taille du réseau et/ou améliorer la qualité de la solution avec des temps de résolution semblables n'a donc pas connu le succès espéré pour le moment. Des travaux futurs sont donc requis pour déterminer le potentiel de cette approche.



# ABSTRACT

This master thesis concerns the airline crew pairing problem that consists of determining a minimum cost set of crew pairings (a pairing is a sequence of flights, connections, and rest periods that starts and ends at the same crew base) such that it covers all flights of a given timetable and satisfies a wide variety of collective agreement rules and safety regulations.

This problem is modeled as a set partitioning problem with additional constraints. The usual solution method, which will also be used in this thesis, is a column generation method embedded in a branch-and-bound procedure. This approach requires solving a large number of constrained shortest path problems (several per column generation iteration) defined over large networks. In order to reduce the solution times, we seek to identify, before starting the solution process, connections that cannot be part of an optimal solution and eliminate them from the networks to reduce their size. Since it is not possible to know these connections a priori, we define a heuristic criterion to identify them.

In fact, we develop a local (that is, station by station) preprocessing procedure and use two types of model to perform the preprocessing: an assignment model for the non-base stations and a minimum cost flow model for the crew base stations. In particular, we carefully define the cost structure of these models. In practice, these local models are very small and can easily be solved using the CPLEX solver. To identify the non-promising connections, we apply a criterion based on the reduced cost of the variables associated with the connections in the appropriate model.

To assess the efficiency of the proposed preprocessing strategy, computational experiments were conducted on a real-life dataset provided by the company Ad Opt

Technologies. This dataset defines a weekly crew pairing problem. The experiments consisted of solving this problem with and without the preprocessing strategy, and when the strategy was used, it was tested with various parameter values. The study showed that the preprocessing strategy did not improve the solution process: either the solution quality was worst or the solution time and quality were similar. Therefore, the expectations for this project were not met. Future work is thus required to fully determine the potential of this approach.

# TABLE DES MATIÈRES

DÉDICACE . . . . .	iv
REMERCIEMENTS . . . . .	v
RÉSUMÉ . . . . .	vi
ABSTRACT . . . . .	viii
TABLE DES MATIÈRES . . . . .	x
LISTE DES TABLEAUX . . . . .	xv
LISTE DES FIGURES . . . . .	xvi
LISTE DES ALGORITHMES . . . . .	xvii
INTRODUCTION . . . . .	1
CHAPITRE 1 : PRÉSENTATION DU PROBLÈME . . . . .	4
1.1 : Définitions préalables . . . . .	4

1.2 : Définition du problème de construction des rotations d'équipage aérien	5
1.2.1 : Caractéristiques du PCRE . . . . .	6
1.2.2 : Formulation du PCRE . . . . .	9
<b>CHAPITRE 2 : REVUE DE LITTÉRATURE . . . . .</b>	<b>13</b>
2.1 : Décomposition temporelle du PCRE . . . . .	13
2.1.1 : Le problème journalier . . . . .	14
2.1.2 : Le problème hebdomadaire . . . . .	14
2.1.3 : Le problème mensuel . . . . .	15
2.2 : Méthodes de génération des rotations . . . . .	16
2.2.1 : Structure des réseaux utilisés pour la génération des rotations	16
2.2.2 : Génération pour une partie du problème . . . . .	18
2.2.3 : Génération dynamique des rotations . . . . .	19
2.3 : Approches de résolution du problème de partitionnement par généra- tion de colonnes . . . . .	20
2.3.1 : Résolution du problème relaxé . . . . .	21
2.3.2 : Méthodes de branchement . . . . .	22
2.4 : Extensions . . . . .	24

2.4.1 : Le PCRE et l'affectation des vols aux avions . . . . .	25
2.4.2 : Le PCRE et la construction de l'horaire des vols . . . . .	25
2.5 : Contributions . . . . .	26
<b>CHAPITRE 3 : APPROCHE DE RÉOLUTION DE BASE . . .</b>	<b>27</b>
3.1 : Structure du réseau . . . . .	27
3.1.1 : Les noeuds . . . . .	28
3.1.2 : Les arcs . . . . .	30
3.2 : Ressources du réseau . . . . .	31
3.3 : Solutions entières . . . . .	32
<b>CHAPITRE 4 : PRÉTRAITEMENT DES CONNEXIONS . . . .</b>	<b>35</b>
4.1 : Prétraitement des connexions aux stations hors-base . . . . .	36
4.1.1 : Définition du problème . . . . .	36
4.1.2 : Réseau correspondant . . . . .	38
4.1.3 : Structure des coûts . . . . .	40
4.2 : Prétraitement des connexions aux bases . . . . .	45
4.2.1 : Définition du problème . . . . .	45

4.2.2 : Réseau correspondant . . . . .	47
4.2.3 : Modèle mathématique . . . . .	54
4.2.4 : Structure des coûts . . . . .	55
4.3 : Estimation des bornes sur les nombres de rotations commençant et se terminant à une base . . . . .	56
4.3.1 : Estimation par comptage . . . . .	57
4.3.2 : Estimation par couplage maximal . . . . .	58
4.4 : Procédure de prétraitement . . . . .	60
<b>CHAPITRE 5 : EXPÉRIMENTATION ET RÉSULTATS NUMÉRIQUES . . . . .</b>	<b>62</b>
5.1 : Description des données . . . . .	62
5.2 : Tests et résultats . . . . .	63
5.2.1 : Étape 1 . . . . .	64
5.2.2 : Étape 2 . . . . .	64
5.2.3 : Étape 3 . . . . .	66
5.2.4 : Étape 4 . . . . .	69
<b>CONCLUSION . . . . .</b>	<b>74</b>

<b>BIBLIOGRAPHIE . . . . .</b>	<b>76</b>
--------------------------------	-----------

## LISTE DES TABLEAUX

Tableau 3.1 : Consommation des ressources. . . . .	32
Tableau 4.1 : Valeurs des paramètres. . . . .	39
Tableau 5.1 : Résultats sans prétraitement. . . . .	64
Tableau 5.2 : Résultats avec prétraitement. . . . .	65
Tableau 5.3 : Résultats de l'étape 3. . . . .	68
Tableau 5.4 : Résultats avec le calcul de gras. . . . .	71
Tableau 5.5 : Résultats avec calcul de coût hybride. . . . .	71
Tableau 5.6 : Résultats avec calcul de coût hybride relaxé. . . . .	72
Tableau 5.7 : Résultats avec réduction des services de vol sélectionnés. .	72



## LISTE DES FIGURES

Figure 3.1 : Réseau utilisé pour la génération des rotations . . . . .	29
Figure 4.1 : Structure du réseau associé à une station hors-base . . . . .	41
Figure 4.2 : Fonctions de coût associées aux contraintes molles. . . . .	48
Figure 4.3 : Structure du réseau initial associé à une base pour une journée	49
Figure 4.4 : Structure du réseau simplifié associé à une base pour une journée	52
Figure 4.5 : Structure du réseau hebdomadaire associé à une base . . . . .	53
Figure 4.6 : Exemple de calcul de bornes inférieures par comptage . . . . .	59

## LISTE DES ALGORITHMES

4.1 : Estimation par comptage . . . . .	57
---	----

# INTRODUCTION

Dans les grandes compagnies aériennes, la planification et la fabrication mensuelle des horaires d'équipage est un problème à la fois important et difficile. Il est important car une bonne planification minimise considérablement les coûts reliés à la masse salariale du personnel navigant qui représente la seconde dépense importante après les coûts de carburant. Cette masse salariale s'évalue à plusieurs centaines de millions de dollars annuellement pour les grandes compagnies aériennes. Par ailleurs, il est difficile, vu la complexité des règles à respecter autant au niveau de la sécurité aérienne qu'au niveau de la convention collective. En effet, les règles de sécurité aérienne visent à assurer que l'équipage complète son travail sans risque de diminution de performance due à la fatigue. La convention collective quant à elle permet d'établir un ensemble d'ententes et d'obligations entre la compagnie et ses équipages. De plus, la taille du problème est très grande compte tenu des milliers de vols qu'une compagnie doit effectuer chaque semaine.

Le processus de planification en transport aérien s'effectue en cinq étapes successives où les résultats d'une étape constituent les données de base pour l'étape suivante. Il s'agit dans une première étape de construire l'horaire des vols, c'est-à-dire, l'ensemble des vols que la compagnie veut effectuer sur une certaine période de temps (par exemple, quelques mois). Cet ensemble est construit en prenant en considération l'estimation de la demande, la compétition sur les marchés et la flotte disponible.

La seconde étape consiste à faire l'affectation des segments de vol prévus aux différents types d'avion de la flotte. Pour cela, il faut considérer les facteurs suivants : la vitesse, la capacité et la disponibilité des appareils, de même que les profits anticipés sur chaque segment en fonction du type d'avion affecté. L'objectif est de maximiser

les profits anticipés tout en s'assurant de couvrir tous les segments de vol à l'horaire. De plus, il doit exister des rotations pour les avions de la flotte qui permettent de respecter l'affectation choisie.

La prochaine étape est la construction des itinéraires d'avions. Un itinéraire d'avion est une suite de segments de vol affectée à un avion donné. Ces itinéraires doivent respecter en premier lieu l'affectation déterminée dans la phase précédente et, en second lieu, satisfaire des contraintes relatives aux entretiens périodiques des avions. Dans cette étape, on cherche à maximiser l'utilisation de connexions fortement désirées par les passagers.

La quatrième étape consiste à construire pour une semaine typique un ensemble de rotations d'équipage à partir de l'ensemble des segments de vol. L'objectif est de trouver un ensemble de rotations qui couvre à coût minimum tous les segments de vol et qui respecte les règles de sécurité et la convention collective. En général, la semaine typique est utilisée, pour couvrir le mois le plus possible, en essayant de reproduire la solution sur les autres semaines. La résolution de ce problème requiert certains résultats des étapes précédentes, en plus des règles des conventions collectives et des lois gouvernementales concernant le transport aérien dont nous parlerons plus en détails dans la définition du problème.

À la dernière étape, on doit affecter les rotations au personnel navigant de façon à construire pour chacun d'eux un horaire mensuel de travail qui incorpore des journées de congé ainsi que d'autres activités. Parmi ces activités, on retrouve les congés annuels, les activités ayant débuté à la fin du mois précédent et qui se termineront durant le début du mois considéré, les stages de formation, les entraînements et les examens médicaux. La construction des horaires mensuels doit également tenir compte des règles de sécurité aérienne et de la convention collective.

Ce mémoire porte sur la construction des rotations d'équipage aérien. Une définition bien détaillée du problème sera donnée dans le chapitre suivant. Par rapport

aux méthodes existantes qui traitent déjà ce problème, on propose une méthode qui permet d'étudier a priori des connexions entre vols afin de tenter de réduire la taille du problème et d'accélérer les temps de résolution. Pour ce faire, nous développerons des modèles mathématiques qui permettent d'identifier a priori des connexions qui ne peuvent faire partie d'une solution optimale. Le problème réduit ainsi obtenu est ensuite résolu par une méthode de génération de colonnes imbriquée dans un algorithme de séparation et évaluation progressive.

Le premier chapitre de ce mémoire décrit de façon détaillée le problème de construction des rotations d'équipage aérien, la terminologie spécifique se rattachant au domaine ainsi qu'une formulation de type partitionnement d'ensemble. Le chapitre suivant présente une revue de littérature pertinente incluant les différentes approches de résolution utilisées. Le troisième chapitre présente l'approche de résolution globale utilisée pour résoudre le problème de construction des rotations d'équipage aérien. Le quatrième chapitre présente les prétraitements visant à réduire la taille du problème et ce par deux modèles mathématiques, plus précisément, un modèle d'affectation pour les stations hors-bases et un modèle de flot à coût minimum pour les bases. Le dernier chapitre décrit les données sur lesquelles les tests seront effectués ainsi que l'analyse et l'évaluation des résultats obtenus.

# CHAPITRE 1 : PRÉSENTATION DU PROBLÈME

Dans ce chapitre, nous définissons le problème sur lequel porte ce mémoire. La section 1.1 rassemble quelques termes et notions couramment utilisés dans ce mémoire. La section 1.2 définit le problème en explicitant ses caractéristiques, ses données, ses objectifs et ses contraintes.

## 1.1 Définitions préalables

Dans cette section, nous rassemblons quelques définitions et notions nécessaires à la compréhension du problème de construction des rotations d'équipage aérien (PCRE). Une *station* est un aéroport. Une *base* est une station où sont assignés les membres d'équipage. Une compagnie peut avoir plusieurs bases mais un équipage ne peut être assigné qu'à une seule base, qui correspond généralement au lieu de résidence.

Un *segment de vol* est un vol sans arrêt entre deux stations. Un équipage est dit *actif* sur un segment de vol s'il est en fonction. Le déplacement d'un équipage d'une station à une autre pendant lequel celui-ci n'est pas en fonction, soit pour effectuer un repositionnement, est appelé *mise en place*. Il s'agit là d'un équipage *passif*.

Une *connexion* est le temps de pause où l'équipage est au sol entre deux segments de vol consécutifs faisant partie d'un même service de vol. Un *service de vol* est une suite de segments de vol (passif ou actif) et de connexions effectués par un même équipage. Un service de vol commence par un *briefing* qui est une période où les membres de l'équipage se préparent à effectuer la journée de travail et se termine par

un *debriefing* qui est une période allouée après le dernier segment d'un service de vol pour effectuer un compte rendu du service de vol effectué. Un *repos* est une période séparant deux services de vol consécutifs effectués par un même équipage.

Une *rotation d'équipage* est formée d'une suite de services de vol et de périodes de repos. Une rotation débute et se termine à la même base et est affectée à un même équipage.

La *convention collective* est une entente entre la compagnie aérienne et ses employés. Elle définit toutes les contraintes sur les temps de travail et de repos chaque jour, chaque semaine et chaque mois. Par exemple, le temps de travail permis durant une journée dépend du travail effectué les jours précédents, de la récupération réalisée au cours des nuits et du décalage horaire. Un minimum d'heures créditées est généralement garanti pour un service de vol, pour la durée d'une rotation ou pour le programme mensuel.

Les *règles gouvernementales* constituent un ensemble de règles imposées par le gouvernement pour assurer que l'environnement de travail des équipages est sain et sans risque. Par exemple, un temps de repos minimum entre deux services de vol consécutifs doit être respecté.

## 1.2 Définition du problème de construction des rotations d'équipage aérien

Le problème consiste à regrouper les segments de vol en des rotations partant et revenant à une même base et pouvant être effectués par un même équipage. Chaque rotation doit respecter un certain nombre de contraintes réglementaires qu'on va citer ci-après.

### 1.2.1 Caractéristiques du PCRE

Les données du problème comprennent la table de vols pour la durée de l'horizon du problème. Cette table contient la liste des segments de vol à couvrir et tel que pour chacun on connaît les heures de départ et d'arrivée à chaque station. On connaît aussi les bases ainsi que la répartition du personnel entre elles. Comme nous l'expliquerons plus en détails ci-dessous, le problème de grande taille qui nous intéresse peut se séparer en plusieurs problèmes indépendants. Ainsi, le PCRE peut être traité selon le type d'équipage, d'appareil et de flotte. À noter que pour chaque traitement, fabriquer des rotations comporte deux difficultés majeures. La première est liée à la complexité des règles de la convention collective et de sécurité aérienne. La seconde au calcul du coût d'une rotation.

#### Par type d'équipage

L'équipage est le personnel navigant affecté à un segment. Il y a deux types de personnel navigant : technique (pilote, co-pilote, ingénieur de bord) et commercial (directeur de bord, agents de bord). Il est possible de décomposer le PCRE selon le type de fonctions effectuées par les employés à bord de l'appareil et ceci pour deux raisons :

- on peut considérer que les fonctions des pilotes sont indépendantes de celles des agents de bord ce qui rend la construction des rotations pour les pilotes tout à fait indépendante de celle des agents de bord ;
- les règles de sécurité et de la convention collective sont différentes pour chaque type d'équipage.

#### Par type d'appareil

Il est également possible de décomposer le problème selon chaque type d'appareil utilisé par la compagnie aérienne. Habituellement, les pilotes ne sont qualifiés à travailler



que sur un seul type d'appareil. Ceci permet de résoudre des problèmes indépendants pour pilote et co-pilote par type d'appareil. Cependant, cette décomposition ne s'applique pas pour les agents de bord car ceux-ci sont aptes à travailler sur plus d'un type d'appareil. Par contre, une décomposition par flotte est possible comme on le verra ci-après.

### **Par type de flotte**

On distingue trois types de flotte : court, moyen et long courrier. Le premier type effectue des vols régionaux de courte distance. Le second qui est, en général, composé d'appareils de capacité plus grande effectue des vols qui desservent des grandes villes et qui ne dépasse pas six heures de vol. Le long courrier concerne les flottes qui effectuent des vols de longue durée. Généralement, les agents de bord sont qualifiés à travailler sur les appareils d'un même type de flotte puisque ces appareils ont des caractéristiques très similaires. Le problème pour les agents de bord peut donc être décomposé par type de flotte.

### **Validité d'une rotation**

Dans le PCRE, l'ensemble des rotations valides ne peut être caractérisé mathématiquement que par l'énumération complète de tous ses éléments. La construction des rotations exige que l'on tienne compte de plusieurs éléments. Des restrictions notamment sur la durée sont liées aux services de vol. En effet, un équipage ne peut être en service plus d'un certain nombre d'heures consécutives. Aussi, cette durée peut diminuer si une partie du service de vol se fait en soirée ou durant la nuit. La durée d'une connexion est elle aussi limitée supérieurement et inférieurement par des valeurs pré-définies. Pour certains types d'avion, le nombre de segments de vol effectués dans un service de vol est limité.

Les rotations sont aussi soumises à certaines conditions pour être valides. La durée d'une rotation est limitée à quelques jours pour les flottes de court courrier, à près

d'une semaine pour celles de moyen courrier, et ça peut aller à plus de deux semaines pour celles de long courrier. Dans certains cas, il n'est pas permis à un équipage de travailler deux nuits consécutives.

### **Coût d'une rotation**

Le calcul du coût d'une rotation est assez complexe du fait qu'il dépend de la politique salariale de la compagnie définie par la convention collective. Pour la majorité des compagnies aériennes, le coût d'une rotation est la somme de quatre quantités : le salaire et, lors des périodes de repos, le coût des repas, de l'hébergement et du transport. Dans la plupart des compagnies aériennes, le salaire est calculé sur une base horaire garantissant un nombre d'heures minimum payées par jour, c'est-à-dire que les employés ont droit à un nombre minimum d'heures de travail payées peu importe si ces heures ont été travaillées ou pas.

Lors d'une mise en place, le temps de vol n'est pas considéré comme du temps de travail même si on crédite habituellement la moitié ou la totalité de sa durée. De plus, dans la composition des salaires des employés, plus spécialement ceux des pilotes, plusieurs primes viennent s'ajouter aux taux horaires. Ces primes sont fonctions de plusieurs facteurs dont la durée de la rotation et du type d'appareil.

D'autres coûts ou pénalités sont parfois ajoutés afin d'éviter certaines rotations valides mais indésirables car elles ne permettent aucune marge de manoeuvre en cas de situations imprévues (perturbations) telles que : un vol en retard, un pilote absent, conditions météorologiques mauvaises, etc. Ces perturbations brisent ce type de rotations, autrement dit, l'équipage n'est plus en mesure de poursuivre la rotation telle que prévue, ce qui peut engendrer des pertes importantes pour la compagnie.

Pour nos expérimentation, le calcul de coût des rotations sera donné par la formule suivante :

$\text{coût rotation} = \text{crédit rotation} + \text{PerDiem} + \text{mise en place} + \text{hébergement} + \text{transport}.$

Pour obtenir cette quantité, on a besoin de calculer le temps de vol crédité par service de vol noté par *crédit SDV*. Il représente le temps effectivement payé lors d'un service de vol. Il comprend le temps de vol et les périodes inactives diverses. Le *crédit SDV* s'obtient par la formule suivante :

$\text{crédit SDV} = \max(\text{minimum crédit payé}, \text{Multiplicateur SDV} * \text{durée SDV}, \sum \text{durée de vol})$ , où *Multiplicateur SDV* est un multiplicateur compris entre 0 et 1. De cette façon, on va considérer uniquement une proportion de la durée du service de vol et non pas la durée totale. Le paramètre *minimum crédit payé* représente le nombre d'heures minimum crédité par service de vol.

Une fois le *crédit SDV* est obtenu, on peut calculer *crédit rotation* comme suit :

$\text{crédit rotation} = \max(\text{Multiplicateur rotation} * \text{durée rotation}, \sum \text{crédit SDV})$ .

tel que *Multiplicateur rotation* est un multiplicateur qui prend une valeur entre 0 et 1 pour ne considérer qu'une proportion de la durée totale de la rotation.

La deuxième quantité *PerDiem* est un coût linéaire en fonction de la durée de la rotation, dicté par la convention collective. Il consiste à favoriser les solutions où les rotations sont les plus courtes. La troisième quantité *MEP* représente le coût des mises en place effectuées dans la rotation en question. Les deux dernières quantités représentent respectivement les coûts reliés à l'hébergement et au transport entre l'aéroport et l'hôtel.

### 1.2.2 Formulation du PCRE

La formulation du PCRE est un cas particulier de celle des problèmes de tournées de véhicule et d'horaires d'équipage présentée dans l'article de synthèse de Desaulniers et al. (1998b). De façon générale, il est modélisé comme un problème de partitionnement qui peut s'énoncer comme suit. Étant donné un ensemble de segments de vol

à effectuer, il faut déterminer un ensemble de rotations valides de sorte que chaque vol soit couvert de façon active par exactement une rotation, que la disponibilité du personnel à chaque base soit respectée et que la somme des coûts soit minimale. La formulation de ce problème fait appel à la notation suivante :

$\Omega$  : ensemble des rotations valides.

$S$  : nombre de segments de vol.

$c_j$  : coût de la rotation  $j$ .

$a_{ij}$  : un paramètre qui vaut

$$\begin{cases} 1 & \text{si la rotation } j \text{ couvre le segment de vol } i \text{ en tant qu'équipage actif et} \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

$x_j$  : une variable qui prend la valeur

$$\begin{cases} 1 & \text{si la rotation } j \text{ fait partie de la solution et} \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

Le modèle mathématique représentant le PCRE sans les contraintes de base s'écrit alors de la façon suivante :

$$\begin{aligned} & \text{Minimiser} && \sum_{j \in \Omega} c_j x_j && (1.1) \\ & \text{sujet à :} && && \end{aligned}$$

$$\sum_{j \in \Omega} a_{ij} x_j = 1, \quad i = 1, \dots, S \quad (1.2)$$

$$x_j \in \{0, 1\}, \quad \forall j \in \Omega. \quad (1.3)$$

La fonction objectif (1.1) vise à minimiser le coût des rotations nécessaires à couvrir l'ensemble des segments de vol prévus. Les contraintes (1.2) assurent que chaque

segment de vol soit couvert exactement une fois par une rotation. Les contraintes (1.3) sont les contraintes d'intégrité des variables.

En remplaçant les contraintes d'égalité ( $=$ ) par des contraintes d'inégalité ( $\geq$ ), on obtient un problème de recouvrement. Avec une telle formulation, un segment de vol peut être recouvert par plus d'une rotation. Dans ce cas, les équipages supplémentaires effectuent le segment de vol en tant que passagers (équipage passif). Cela suppose que le salaire d'un équipage passif est le même que celui d'un équipage actif. Dans le cas où le salaire n'est pas le même, le PCRE peut être formulé par un modèle de partitionnement permettant la possibilité d'effectuer des mises en place avec des coûts appropriés. Le paramètre binaire  $a_{ij}$  vaut 1 si la rotation  $j$  couvre le segment  $i$  avec un équipage actif et  $a_{ij}$  vaut 0 dans deux cas : soit que la rotation  $j$  ne couvre pas le segment  $i$  ou que la rotation  $j$  couvre le segment  $i$  avec un équipage passif. La suite des activités de l'équipage le long d'une rotation ainsi que son coût permettent de distinguer les deux cas cités.

Lorsqu'une compagnie aérienne dispose de plusieurs bases, le modèle classique de partitionnement ou de recouvrement peut être élargi en rajoutant les contraintes de base. Elles portent sur le nombre maximum d'équipages disponibles à chaque base ou plutôt sur le nombre maximum d'heures créditées par base. Soit  $B$  le nombre de bases existantes, notons par  $b_k$  le nombre maximum d'heures créditées pour la base  $k$  et  $b_{kj}$  un paramètre qui représente le nombre d'heures de vol attribué à la rotation  $j$  qui débute et se termine à la base  $k$ .

Les contraintes de base s'écrivent alors sous la forme suivante :

$$\sum_{j \in \Omega} b_{kj} x_j \leq b_k, \quad k = 1, \dots, B. \quad (1.4)$$

Le PCRE ainsi formulé comporte un nombre de contraintes relativement petit, il y en a autant qu'il y a de segments de vol et de bases. Par contre, le nombre de colonnes (rotations) est très grand puisqu'il y a un grand nombre de possibilités de combiner les différents segments de vol en services de vol et les services de vol en rotations. Le nombre de rotations et donc de variables devient de l'ordre de plusieurs centaines de millions dès que le nombre de segments de vol dépasse quelques centaines.

En raison de la taille du PCRE, la résolution directe du problème n'est pas possible. Plusieurs approches heuristiques peuvent être employées pour le résoudre. La plupart de ces méthodes décomposent le problème global en problèmes plus petits et plus faciles à résoudre. Des détails sur ces méthodes seront présentés dans le chapitre suivant.

## CHAPITRE 2 : REVUE DE LITTÉRATURE

La modélisation du PCRE par un problème de partitionnement d'ensemble présente trois difficultés majeures : la première est la génération de l'ensemble des rotations valides, la seconde est sa taille importante et la dernière est le fait qu'il soit un problème en nombres entiers. La résolution se fait généralement en deux étapes : La première consiste à générer toutes ou une partie des rotations valides. La seconde est la résolution d'un problème de partitionnement. Dans les pages qui suivent, nous allons présenter une revue de littérature des méthodes utilisées pour résoudre ce problème. Il s'agit dans un premier temps de faire une décomposition temporelle du problème en trois étapes successives : jour, semaine et mois. À chaque étape, un problème de partitionnement est résolu.

À la section 2.1, nous présenterons un aperçu de la décomposition temporelle, suivi des méthodes de génération de rotations (section 2.2). À la section 2.3, nous abordons les approches de génération de colonnes utilisées pour résoudre le problème de partitionnement.

### 2.1 Décomposition temporelle du PCRE

En raison de la taille du PCRE, la plupart des méthodes existantes de résolution, comme mentionné dans Andersson et al. (1998), décomposent temporellement le problème global en trois phases successives : résoudre dans un premier temps un problème journalier, ensuite un problème hebdomadaire et, finalement, un problème pour la durée totale prévue, soit un mois.

### 2.1.1 Le problème journalier

Dans le problème journalier, on considère que l'ensemble des segments de vol est le même pour tous les jours de la semaine. Dans ce cas, l'horaire des vols est dit régulier. L'objectif du problème journalier est de couvrir tous les segments de vol de la journée une seule fois par un ensemble de rotations à coût minimum. La solution obtenue est ensuite reproduite pour tous les jours de la semaine. Notons que les rotations obtenues pour ce problème ne sont pas nécessairement d'une durée d'une journée. En effet, supposons une rotation de trois jours composée de trois services de vols A, B et C. Lors d'une journée donnée, on aura un équipage qui commence sa rotation avec le service de vol A, un autre équipage qui a déjà commencé sa rotation le jour d'avant et qui effectue son deuxième service de vol B et un troisième équipage qui effectue le dernier service de vol C.

Cette méthode de décomposition donne une bonne approximation de la solution du problème mais malheureusement ne peut couvrir tous les vols. En réalité, l'horaire des vols est généralement non régulier : il existe souvent des vols qui se répètent uniquement quelques jours par semaine. Cela veut dire que la solution du problème journalier lorsque reproduite sur la semaine peut contenir des rotations avec des segments de vol qui n'existent pas réellement dans l'horaire hebdomadaire des vols. De telles rotations ne seront donc pas retenues. Ainsi, en écartant ces rotations, un ensemble de segments de vol restera non couvert. On conclut donc que le problème journalier peut donner de bonnes solutions lorsque les vols sont réellement réguliers.

### 2.1.2 Le problème hebdomadaire

Le problème hebdomadaire consiste à construire de nouvelles rotations pour les vols non couverts par les rotations retenues du problème journalier. Généralement, l'ajout



des mises en place dans cette phase permet d'obtenir de meilleures rotations. La solution obtenue dans cette phase combinée à celle de la phase précédente permet de couvrir tous les segments de vol d'une semaine. Comme pour le problème journalier, la solution pour une semaine ne peut pas être reproduite pour toutes les semaines du mois lorsqu'il y a des différences dans l'horaire des vols d'une semaine à l'autre, en particulier, lorsque le mois en question contient une période de forte activité comme la période d'été ou de Noël. Il est à noter qu'une phase de réoptimisation impliquant toutes les rotations obtenues pour le problème journalier et pour le problème hebdomadaire peut être effectuée afin d'améliorer la qualité de la solution hebdomadaire dans son ensemble.

### 2.1.3 Le problème mensuel

Pour obtenir une solution qui couvre toute la période en question, on doit prendre en considération la différence existante entre les horaires des vols d'une semaine à l'autre. Cette différence est due principalement à la variation de la demande d'une période à l'autre de l'année. En effet, lorsqu'il y a une semaine avec forte activité, la solution du problème hebdomadaire ne couvre pas les vols rajoutés en plus pour satisfaire la nouvelle demande. D'autre part, lorsqu'il y a une faible activité, la solution fournie couvre des vols qui n'existent pas pour cette période en particulier. Donc, une troisième phase d'optimisation s'avère nécessaire pour couvrir l'ensemble des vols. Ainsi, le problème mensuel consiste à construire des rotations pour les segments de vol non couverts dans la deuxième phase en procédant à une décomposition par tranche de temps de la période totale. Ainsi, pour chaque tranche, la solution hebdomadaire qui a été reproduite est réparée en considérant des conditions initiales et finales sur les rotations.

## 2.2 Méthodes de génération des rotations

Comme cela a été présenté dans la section 1.2.2, le PCRE se formule comme un problème de partitionnement d'ensemble où chaque variable est associée à une rotation valide. La génération de toutes les rotations valides n'est possible que pour les problèmes de petite taille. Pour les problèmes réels, on doit générer un nombre restreint de rotations. Dans la section suivante, on présente les principales structures de réseaux utilisées pour la génération des rotations ainsi que les différentes méthodes de génération utilisées.

### 2.2.1 Structure des réseaux utilisés pour la génération des rotations

Il existe principalement deux types de réseaux utilisés pour générer des rotations (Barnhart et al., 2003). Le premier est basé sur les vols, le second est basé sur les services de vol. Dans le réseau basé sur les vols, on trouve deux noeuds pour chaque segment de vol : un premier pour la station de départ et un deuxième pour la station d'arrivée. Ces deux noeuds sont reliés par un arc qui représente le vol. De plus, il y a un arc qui relie le noeud d'arrivée d'un vol avec le noeud de départ d'un autre si la station d'arrivée du premier vol et la station de départ du second vol sont les mêmes et que le temps de connexion entre ces vols respecte des limites inférieures et supérieures prédéfinies. Pour générer un ensemble de rotations spécifiques à une base donnée, on rajoute un noeud source  $s$  qu'on relie par un arc de début de rotation à chaque noeud de début de segment de vol qui part de cette base, de même qu'un noeud puits  $t$  qu'on relie par un arc de fin de rotation à chaque noeud de fin de segment de vol qui finit à cette base. Ainsi, une rotation est un chemin de  $s$  à  $t$ . Remarquons qu'un tel chemin ne constitue pas forcément une rotation valide car

plusieurs contraintes peuvent ne pas être respectées comme le nombre maximum de services de vol permis dans une rotation et la durée maximum d'un service de vol.

Dans le deuxième type de réseaux, les contraintes sur les services de vol sont incluses lors de la construction du réseau afin d'éviter d'avoir à les considérer lors de la construction des rotations. Ce réseau est défini de la même façon que le réseau précédent sauf qu'il y a un arc pour chaque service de vol possible et un arc entre deux services de vol si le temps de repos est valide. Soulignons ici que la construction de ce type de réseaux suppose la génération préalable de tous les services de vol valides. Ceci se fait par l'énumération de ces derniers à partir d'un réseau basé sur les vols. Une fois le réseau basé sur les services de vol obtenu, générer des rotations se fait de façon identique à celle décrite pour les réseaux basés sur les vols, c'est-à-dire, qu'on rajoute un noeud source  $s$  qu'on relie à chaque noeud de début de service de vol qui part de cette base et un noeud puits  $t$  qu'on relie à chaque noeud de fin de service de vol qui finit à cette base. Le réseau basé sur les services de vol comporte beaucoup plus d'arcs car il y a beaucoup plus de services de vol. Contrairement, aux réseaux basé sur les vols, un chemin de  $s$  à  $t$  vérifie plus de contraintes. Malgré cela, plusieurs autres contraintes dépendent du chemin parcouru sur le réseau et ne peuvent pas être considérées lors de la construction du réseau comme c'est le cas de la règle 8h dans 24h. Celle-ci concerne le calcul de la période de repos lorsque le temps de vol dépasse 8 heures dans les 24 heures qui précèdent le repos en question.

Généralement pour un transporteur aérien, le nombre de vols court courrier dans un service de vol à effectuer est plus élevé que ceux de moyen et long courrier. Ainsi, il est plus avantageux d'utiliser un réseau basé sur les vols lorsque le nombre de vols par service de vol est important (court courrier). Ceci s'explique par le fait que le grand nombre de services de vol à générer rend impossible l'utilisation du réseau de services de vol. Ce dernier est plutôt utilisé dans le cas où le nombre de vols par service de vol est relativement petit.

### 2.2.2 Génération pour une partie du problème

La génération complète des rotations pour une partie du problème (Anbil et al., 1991 et Gershkoff, 1989) permet de générer toutes les rotations valides pour un sous-ensemble des segments de vol. Elle est utilisée dans des heuristiques permettant de faire des recherches locales de solutions. Pour cela, on considère que l'ensemble des variables (rotations valides) du problème de partitionnement est constitué uniquement des rotations définissant la solution initiale. À partir de là, on choisit seulement un sous-ensemble de rotations et on établit tous les segments de vol couverts par ce sous-ensemble. Par la suite, on génère toutes les rotations possibles qui couvrent les segments établis précédemment. Ces rotations sont ajoutées à l'ensemble des rotations de la solution initiale. Ainsi, à chaque itération, le problème de partitionnement est résolu en prenant en considération le nouvel ensemble de rotations. Le problème de partitionnement défini par ces rotations est résolu assez facilement à cause de sa taille réduite. Si la solution obtenue est meilleure que la précédente, elle est conservée pour définir l'ensemble de rotations pour l'itération suivante. La génération complète des rotations pour un sous-ensemble des segments de vol permet une optimisation locale basée sur la solution initiale. Cette façon de faire requiert un grand nombre d'itérations avant de trouver une bonne solution. De plus, elle ne permet pas de calculer une borne inférieure sur la valeur optimale, donc elle ne donne aucune indication sur l'écart entre la valeur optimale du problème de partitionnement global et celle de la solution obtenue.

Andersson et al. (1998) présentent une deuxième méthode de génération utilisée dans le logiciel Carmen Crew Pairing. Cette méthode s'insère dans une approche de réoptimisation qui part d'une solution initiale du problème de partitionnement et réoptimise des portions de cette solution (par exemple, un jour à la fois) tout en gardant le reste de la solution fixe. Lors d'une réoptimisation, un sous-ensemble de

rotations avantageuses couvrant tous les segments de vol de la portion à réoptimiser est générée en effectuant une recherche en profondeur dans un arbre qui représente les connexions légales entre vols. La recherche débute à partir d'un sous-ensemble de segments dits segments de départ qui peuvent être des segments dont la station de départ est une base choisie à l'avance et se termine lorsqu'on arrive à un sous-ensemble de segments dits segments d'arrêt. Le nombre de connexions explorées est cependant limité entre 5 et 8 connexions par branche (lorsque la portion à réoptimiser couvre une seule journée). Il est possible d'indiquer au générateur des préférences ou de donner des priorités à certaines connexions, notamment, celles où l'équipage suit le même avion. Cela peut réduire fortement le coût d'une rotation. Une autre possibilité consiste à résoudre par station un problème d'affectation pour choisir des connexions avantageuses. À la fin de chaque étape de recherche, on vérifie la validité de chaque rotation ; si cette dernière ne respecte pas les règles, la branche exploitée sera éliminée de l'arbre de recherche. L'ensemble des rotations ainsi généré est ensuite utilisé pour définir un problème de partitionnement d'ensemble restreint à la portion à réoptimiser.

### 2.2.3 Génération dynamique des rotations

Nous entendons par génération dynamique de rotations la procédure de générer un sous-ensemble de “bonnes” rotations qui couvrent tous les segments de vol en considérant le problème en entier. Cette procédure est basée sur la méthode de génération de colonnes. Elle consiste à résoudre itérativement, d'une part, un problème maître restreint et, d'autre part, un sous-problème. Le problème maître restreint est le problème de partitionnement sur un ensemble restreint de rotations. Le sous-problème est un problème d'optimisation permettant de générer au besoin des rotations prometteuses. La différence entre cette approche et celles décrites dans la section précédente réside

dans le fait que dans les approches par génération de colonnes, le générateur de rotations utilise l'information duale contenue dans la solution du problème maître afin de générer de nouvelles variables (rotations) susceptibles d'améliorer la solution du problème maître. Aussi, l'optimalité de la solution courante peut être validée par la résolution du sous-problème lorsque ce dernier ne permet plus de générer des rotations de coût marginal négatif. Ainsi, la méthode de génération de colonnes peut produire la solution optimale de la relaxation linéaire en considérant implicitement toutes les rotations. Cette approche est introduite par Lavoie et al. (1988). Ils proposent de générer des rotations en résolvant par des algorithmes approximatifs (heuristiques) un problème classique de plus court chemin dans un réseau espace-temps qui considère toutes les contraintes sur une rotation. Les approximations utilisées se retrouvent au niveau de l'évaluation par approximation linéaire de la fonction de coût. Plusieurs se sont ensuite inspirés de ces travaux. Mentionnons notamment Desaulniers et al. (1998a) qui résolvent le problème de partitionnement à l'optimalité par des algorithmes exacts en utilisant un problème de plus court chemin avec contraintes de ressources pour générer de nouvelles rotations.

## **2.3 Approches de résolution du problème de partitionnement par génération de colonnes**

Pour résoudre le PCRE, l'approche la plus fréquemment proposée dans la littérature de la dernière décennie est une méthode de génération de colonnes imbriquée dans une procédure de séparation et évaluation progressive (branch-and-bound). Cette approche consiste à résoudre la relaxation linéaire du problème maître restreint et à lui ajouter les colonnes de coût réduit favorable, tant que ceci est possible. Nous obtenons alors la solution optimale du problème complet relaxé. Pour obtenir des solutions entières, des décisions de branchement sont imposées au niveau du problème maître ou au niveau du sous-problème.

### 2.3.1 Résolution du problème relaxé

Comme on l'a mentionné au début du présent chapitre, nous nous intéresserons à l'approche de résolution du problème de partitionnement par génération de colonnes. Cette technique est utilisée essentiellement pour la résolution de problèmes de très grande taille, plus précisément dans le cas où le nombre de variables est très grand. La technique consiste à décomposer la résolution du problème en trois étapes :

**Étape 1** : Résoudre optimalement le problème maître (problème initial) sur un ensemble restreint de variables.

**Étape 2** : Générer une ou plusieurs colonnes susceptibles d'améliorer la solution du problème maître restreint (i.e. de coût réduit négatif). Si aucune colonne n'a été trouvée, arrêter car le problème relaxé a été résolu.

**Étape 3** : Construire un nouveau problème maître restreint en rajoutant les colonnes générées dans l'étape précédente. Aller à l'étape 1.

Un algorithme du simplexe ou de points intérieurs est généralement utilisé pour résoudre le problème maître restreint (étape 1). Pour l'étape 2, on considère une des structures de réseaux présentées dans la section 2.2.1. On distingue deux modes de génération de nouvelles colonnes, le premier mode consiste à résoudre un problème de plus court chemin avec contraintes de ressources. Les ressources utilisées permettent de modéliser certaines restrictions qui n'ont pu être traitées explicitement dans la construction du réseau. La consommation des ressources est faite sur les arcs et les limites sont imposées sur les noeuds. La validation d'une rotation se fait sur les noeuds en comparant la valeur cumulée de la ressource avec l'intervalle de faisabilité. Une rotation est donc valide si elle ne viole pas les bornes des ressources modélisant la réglementation du personnel navigant. Cette méthode de génération a été introduite par Desrochers et Soumis (1988). Cela a été utilisé par Anbil et al. (1994), Desaulniers et al. (1997) et Desaulniers et al. (1999). Klabjan et al. (2001) ont présenté un

deuxième mode de génération pour des petits problèmes. Cela consiste à faire une énumération a priori de toutes les rotations existantes entre les noeuds source et puits. Anbil et al. (1998) présentent une méthode similaire en considérant uniquement une énumération partielle pour traiter des problèmes de taille réelle.

### 2.3.2 Méthodes de branchement

#### Branch-and-price

En général, la méthode de génération de colonnes ne fournit pas de solution entière pour le problème relaxé. Il est à noter que, dans ce cas, l'application d'une méthode de séparation et évaluation progressive standard sur le problème maître restreint avec les colonnes existantes ne garantit pas l'optimalité ni même l'existence d'une solution entière. En effet, après l'ajout de décisions de branchement, il est possible qu'il existe une colonne qui ne soit pas présente dans le problème maître restreint mais qui ait un coût réduit favorable. Ainsi, il est nécessaire d'essayer de générer des colonnes après l'ajout de toute décision de branchement. Cette méthode est connue sous le nom de branch-and-price.

La méthode de branch-and-price a été utilisée pour résoudre des problèmes de fabrication de rotations et d'horaires de personnel dont on cite les travaux de Desrosiers et al. (1991), Gamache et al. (1998), Anbil et al. (1998) et Gamache et al. (1999). Desaulniers et al. (1998a) proposent une approche commune de résolution pour différents problèmes en transport aérien. Ils traitent le problème de fabrication des rotations, le problème de fabrication des horaires personnalisés avec et sans règle d'ancienneté, et la reconstruction des horaires durant les opérations quotidiennes. L'article présente un modèle de partitionnement pour les quatre problèmes et propose une méthode de résolution utilisant la méthode de génération de colonnes imbriquée dans une procédure de séparation et évaluation progressive.



## Règles de branchement

La méthode standard de branchement consiste à simplement modifier les bornes d'une variable entière  $x^*$  dont la valeur dans la relaxation est fractionnaire :

$$x \leq \lfloor x^* \rfloor \quad \text{ou} \quad x \geq \lceil x^* \rceil.$$

Dans le cas d'une variable binaire  $x_j$  du PCRE, cela consiste à la fixer à 1 dans la première branche pour retenir la rotation  $j$  ou à la fixer à 0 pour l'interdire dans la deuxième branche. Retenir la rotation  $j$  revient à éliminer tous les segments de vol couverts par cette rotation dans le réseau afin de ne pas générer de nouvelles rotations couvrant ces segments. L'interdire est beaucoup plus difficile car il faut empêcher de générer à nouveau la même rotation ce qui revient à résoudre un problème de plus court chemin avec contraintes de ressources et chemins interdites (Villeneuve et Desaulniers (2005)).

Dans le contexte du PCRE, il existe principalement deux méthodes de branchement pour trouver une solution optimale, la première (Desaulniers et al. (1997) et Anbil et al. (1998)) est basée sur la proposition ci-dessous dont la preuve, ainsi qu'une discussion plus générale de son application à la génération de colonnes est donnée dans Barnhart et al. (1998) :

**Proposition 1** *Si  $A$  est une matrice 0 - 1, et la solution de base  $Ax = 1$  est fractionnaire, i.e. si au moins une des composantes de  $x$  est fractionnaire, alors il existe deux lignes  $r$  et  $s$  du problème maître telles que :*

$$0 < \sum_{k: y_{rk}=1, y_{sk}=1} x_k < 1$$

avec  $y_{rk}$  le coefficient de la variable  $x_k$  dans la ligne  $r$ .

L'application de cette proposition consiste à trouver ces deux lignes  $r$  et  $s$  du problème maître restreint qui définissent les deux branches suivantes :

- dans une branche, seules sont utilisées des colonnes telles que  $y_{rk} = y_{sk} = 0$  ou  $y_{rk} = y_{sk} = 1$  et telle que la somme précédemment définie vaut 1 dans cette branche.
- dans l'autre branche, seules sont utilisées des colonnes telles que  $y_{rk} = y_{sk} = 0$  ou  $y_{rk} = y_{sk} = 1$  et telle que la somme précédemment définie vaut 0 dans cette branche.

Dans le cas du PCRE, cela consiste à générer dans la première branche des rotations qui couvrent les deux segments de vol  $r$  et  $s$  ou aucun de ces segments et, dans la deuxième branche, des rotations qui couvrent uniquement l'un ou l'autre des deux segments ou aucun de ceux-ci. Le premier schéma de branchement qui nous intéresse découle de ce qui précède avec une légère modification pour permettre d'intégrer facilement les nouvelles contraintes de branchement dans le problème de plus court chemin. Il s'agit d'un schéma de branchement avec succession de vols c'est-à-dire qu'il met des restrictions sur quel segment de vol doit suivre le segment  $r$ . Le branchement correspondant consiste à dire que :

- dans une branche, les deux segments de vol  $r$  et  $s$  sont directement successifs ;
- dans l'autre branche, les deux segments ne peuvent être successifs.

La deuxième méthode de branchement présentée par Klabjan et al. (2001) est dite "time-line branching". Les décisions de branchement sont effectuées en se basant sur un segment de vol  $r$  et un temps de connexion  $t$ . Dans la première branche, seules les rotations avec un temps de connexion suivant le vol  $r$  inférieur ou égal à  $t$  sont générées. Dans la deuxième branche, seules les rotations avec un temps de connexion suivant le vol  $r$  supérieur à  $t$  sont générées.

## 2.4 Extensions

Nous avons vu dans l'introduction que la planification des activités aériennes d'une compagnie se divise en une suite de quatre étapes résolues séquentiellement. Il est

compréhensible que si le problème pouvait être traité globalement, des solutions de meilleure qualité pourraient être trouvées. Cependant, après chaque phase, les décisions prises dans les précédentes ne sont jamais remises en question. Quelques recherches ont toutefois été dédiées à des tentatives pour grouper certaines de ces étapes, en particulier, celles consistant à grouper la construction des rotations avec d'autres étapes.

### 2.4.1 Le PCRE et l'affectation des vols aux avions

Dans un service de vol, il y a un temps minimum de connexion entre deux vols. Ça permet, entre autres, à l'équipage de se déplacer entre la porte d'embarquement du vol d'arrivée et celle du départ. Ce temps de connexion peut être réduit si les deux vols effectués par le même équipage sont affectés à un même avion. On parle ici de "*connexion forcée*". Il est clair que parmi toutes les rotations possibles à générer, seulement une partie est réalisable si on prend en considération les connexions forcées définies dans l'étape précédente. Donc la résolution séquentielle des deux problèmes produit des solutions sous-optimales. Quelques travaux ont été effectués afin de réunir l'étape de construction de rotations avec celle de l'affectation des vols aux avions, notamment Klabjan et al. (2002), Cordeau et al. (2001), Cordeau et al. (2005) et Cohn et Barnhart (2003).

### 2.4.2 Le PCRE et la construction de l'horaire des vols

Klabjan et al. (2002) ont étudié l'impact qu'aura un changement dans les horaires de vols sur le PCRE. Pour cela, ils considèrent une petite perturbation de plus ou moins  $w$  dans l'horaire de vols, telle que la valeur de  $w$  doit être entre 5 et 10 minutes pour éviter de trop diverger de l'horaire de vols initial. Cette façon de faire permet

de générer de nouvelles rotations qui n'étaient pas possible auparavant. En effet, le fait de retarder de 5 minutes un segment de vol  $j$  qui part d'une station peut rendre réalisable le temps de connexion entre un autre segment  $i$  qui arrive à cette station et le segment  $j$ . Ça permet aussi de réduire le coût de quelques rotations et ainsi, d'obtenir de meilleures solutions.

## 2.5 Contributions

Comme nous l'avons vu dans la revue de la littérature, la méthode de génération de colonnes imbriquée dans une procédure de séparation et évaluation progressive est la méthode qui semble la plus efficace pour résoudre le PCRE. Toutefois, pour des problèmes de très grande taille, celle-ci requiert tout de même un temps considérable (plusieurs jours) de calcul. L'objectif de ce mémoire est de trouver et de tester des stratégies permettant d'accélérer la résolution du présent problème. Pour ce faire, nous proposons une analyse a priori des connexions possibles et ce station par station afin d'identifier des arcs de connexion à supprimer du réseau et ainsi alléger le sous-problème des arcs les moins pertinents.

Pour effectuer cette analyse, nous proposons une heuristique qui consiste en la définition de deux modèles. Pour les stations hors-bases, nous développons un modèle d'affectation tandis que, pour les bases, nous élaborons un modèle de flot à coût minimum. En particulier, l'accent sera mis sur la définition de la structure de coût à utiliser.

Nous montrons que ces modèles se résolvent facilement et permettent d'identifier un grand nombre de connexions qui peuvent être omises a priori. Finalement, nous exposons les résultats des tests effectuées afin d'évaluer l'impact de cette nouvelle heuristique sur la qualité des solutions de même que des temps de résolution.

## CHAPITRE 3 : APPROCHE DE RÉOLUTION DE BASE

Ce chapitre présente une description générale de l'approche de résolution utilisée afin de résoudre le programme linéaire en nombres entiers (1.1)-(1.4) présenté dans le premier chapitre. La méthode de résolution retenue dans ce mémoire est une méthode de génération de colonnes intégrée dans un algorithme de séparation et évaluation progressive. Étant donnée la taille des problèmes à résoudre, cette approche est rendue heuristique de différentes façons. Pour ce faire, on utilise le logiciel d'optimisation GENCOL qui est une implantation d'une telle approche de résolution.

Dans la méthode de génération de colonnes, chaque sous-problème est un problème de plus court chemin avec contraintes de ressources et est résolu à l'aide d'un algorithme de programmation dynamique (Desrochers et Soumis, 1988). Cet algorithme permet de trouver le chemin de coût réduit minimum et aussi d'autres chemins réalisables de coût réduit négatif qui pourraient être ajoutés au problème maître restreint. Les sous-problèmes reposent sur un ensemble de réseaux espace-temps dont la structure est définie dans la section 3.1. Les ressources du réseau sont définies dans la section suivante. Les stratégies de branchement pour l'obtention de solutions entières sont présentées dans la dernière section.

### 3.1 Structure du réseau

Une rotation peut être représentée par un chemin dans un réseau. La structure de ce dernier va prendre en compte la contrainte sur la durée maximum d'une rotation qui peut durer de un à plusieurs jours. Ainsi, pour un jour de départ à une base, il y a

plusieurs jours d'arrivée possibles à cette même base. À chaque base et à chaque jour de début de rotation, on définit un réseau  $G = (N, A)$ , où  $N$  représente l'ensemble des noeuds qui correspondent à des événements survenant à des instants bien définis et dans des stations données du réseau.  $A$  représente l'ensemble des arcs reliant les noeuds. Le type de réseaux utilisé pour générer les rotations d'équipage est basé sur les services de vol. Ceci signifie (section 2.2.1) que chaque service de vol est représenté par un arc dans le réseau. Pour cela, on doit, dans un premier temps, énumérer tous les services de vol à partir de réseaux basés sur les segments de vol et procéder ensuite à une sélection parmi les services de vol générés. Les contraintes restreignant le fait qu'un chemin dans le réseau des services de vol est réalisable sont prises en compte lors de la construction du chemin à travers l'utilisation de variables et contraintes de ressources.

La figure 3.1 représente une illustration graphique d'un réseau  $G$  dans un système de coordonnées où l'axe horizontal représente la base et les stations et celui vertical indique l'heure de chaque événement. On considère dans cet exemple une base et deux stations  $S_1$  et  $S_2$ . Le jour de départ est le jour 1. Cette figure est un schéma simplifié des réseaux utilisés, plusieurs considérations pratiques s'ajoutant pour les cas réels.

### 3.1.1 Les noeuds

Les noeuds du réseau sont les suivants :

- Le noeud *base-départ/jour* : Il représente un début de rotation à la base au jour de départ associé au réseau.
- Les noeuds *base-arrivée/jour* : Ils représentent une fin de rotation à la base. Il y en a un pour chaque jour de fin de rotation possible.
- Les noeuds *sdv/début* : Ils représentent le début d'un service de vol qui ne commence

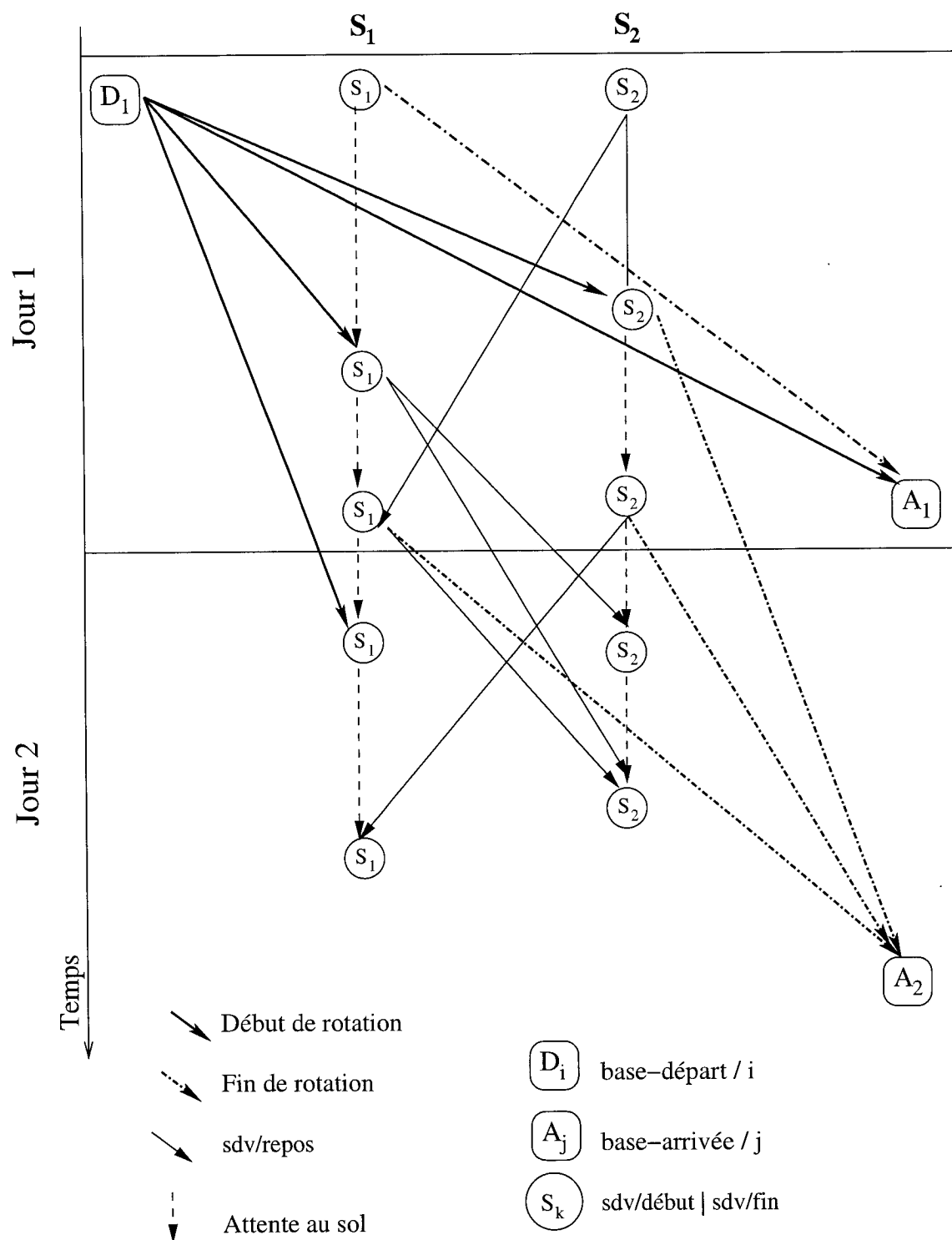


Figure 3.1 – Réseau utilisé pour la génération des rotations

pas à la base. Pour chacun de ces services de vol, il y a un tel noeud auquel on associe la station où commence le service de vol et le temps correspondant à l'heure de début du service de vol.

- Les noeuds *sdv/fin* : Ils représentent la fin d'un service de vol qui ne se termine pas à la base. Pour chacun de ces services de vol, il y a un tel noeud auquel on associe la station où se termine le service de vol et le temps correspondant à l'heure de fin du service de vol plus la durée du repos minimum.

### 3.1.2 Les arcs

Les arcs du réseau sont les suivants :

- Les arcs *début-rotation* : Ils correspondent aux débuts de rotation. Pour chaque service de vol débutant à la base au jour de début, on crée un tel arc entre le noeud *base-départ/jour* et le noeud *sdv/fin* ou *base-arrivée/jour* associé à la fin du service de vol.

- Les arcs *attente au sol* : Pour créer ces arcs, on doit d'abord trier par ordre chronologique tous les noeuds *sdv/début* et *sdv/fin* associés à une même station. Un arc d'attente au sol est créé entre chaque paire de noeuds consécutifs. Les attentes au sol sont représentées par des arcs verticaux puisqu'ils n'avancent que sur l'axe du temps et non sur celui de l'espace.

- Les arcs *sdv/repos* : Ils relient un noeud *sdv/début* au noeud *sdv/fin* correspondant. Ce type d'arc inclut, à la fois, le service de vol effectué et le temps de repos minimum avant le départ du service de vol suivant. Le repos est précédé par un *debriefing* et suivi d'un *briefing*.

- Les arcs *fin-rotation* : Ce type d'arcs marque la fin d'une rotation. Il relie un noeud *sdv/fin* ou *base-départ/jour* à un noeud de fin de rotation *base-arrivée/jour* lorsque la station d'arrivée du service de vol est la base.



Pour un équipage donné affecté à une base donnée, toute rotation réalisable débutant au jour associé au réseau correspond à un chemin dans le réseau  $G$  entre les noeuds *base-départ/jour* et *base-arrivée/jour*. Ce chemin est constitué d'une succession d'arcs dont le premier et le dernier sont nécessairement des arcs *début-rotation* et *fin-rotation*, respectivement. Certains coûts (transports, hébergement) sont associés aux arcs représentant des repos et des début de rotation de plusieurs journées.

## 3.2 Ressources du réseau

Une rotation admissible devra satisfaire différentes contraintes élémentaires qui seraient gérées à l'aide de ressources lors de la construction des rotations par l'algorithme de plus court chemin avec contraintes de ressources. Des exemples de telles contraintes sont : la durée maximum en vol dans une rotation doit être comprise dans un intervalle donné et le nombre de services de vol consécutifs accumulés depuis le début de la rotation ne doit pas excéder une certaine borne supérieure. Ces contraintes sont représentées au moyen de deux ressources  $R_1$  et  $R_2$  qui permettent d'imposer des bornes inférieures et supérieures à respecter. Ces bornes sont définies sur les noeuds du réseau. La consommation des ressources est faite sur les arcs. Lorsqu'un chemin passe sur un arc donné  $(i, j)$ , la valeur courante au noeud  $i$  de départ pour chaque ressource se voit augmentée de la valeur de consommation indiquée sur l'arc. Les nouvelles valeurs de ressources devront respecter les bornes indiquées au noeud d'arrivée  $j$ .

Deux autres ressources sans fenêtre de ressources sont aussi nécessaires pour calculer le coût d'une rotation tel que défini dans la section 1.2.1. En effet, étant donné que *créditSDV* est directement calculé lors de la génération des services de vol, il reste à définir deux ressources, soit  $R_3$  pour calculer la durée de la rotation et  $R_4$  pour

cumuler les crédits SDV depuis le début de la rotation. Soit  $d_{ij}$  la durée de l'arc  $(i, j)$  du réseau  $G$ . La consommation des ressources sur les différents arcs est donnée dans le tableau 3.1. Le coût d'une rotation se calcule aussi à l'aide d'une ressource sans fenêtre de ressources. La valeur de celle-ci à un noeud donné s'obtient comme une fonction des ressources  $R_3$  et  $R_4$  et des coûts directement associés aux arcs.

Tableau 3.1 – Consommation des ressources.

Type d'un arc $(i,j)$	Ressources			
	$R_1$	$R_2$	$R_3$	$R_4$
<i>début-rotation</i>	$\sum \text{durée de vol}$	1	$d_{ij}$	$\text{créditSDV}$
<i>sdv/repos</i>	$\sum \text{durée de vol}$	1	$d_{ij}$	$\text{créditSDV}$
<i>attente au sol</i>	0	0	$d_{ij}$	0
<i>fin-rotation</i>	$\sum \text{durée de vol}$	1	$d_{ij}$	$\text{créditSDV}$

Dans cette section, on a présenté uniquement une partie des ressources utilisées. En pratique, plus d'une quinzaine de ressources sont utilisées pour tenir compte du très grand nombre de contraintes du problème (crédit, coût, repos, nombre de jours de calendrier,...). Et parmi eux, plusieurs sont difficiles à traiter par l'algorithme de plus court chemin et rend sa résolution heuristique.

### 3.3 Solutions entières

La résolution d'un problème sous GENCOL débute par le calcul de la solution de la relaxation linéaire du problème. La valeur de la relaxation linéaire va constituer une borne inférieure à la solution entière. Pour obtenir cette dernière, le processus de génération de colonnes doit être intégré dans un algorithme heuristique de séparation et évaluation progressive. La méthode de génération de colonnes est alors appliquée

à chaque noeud de branchement pour déterminer la borne inférieure de ce noeud. Pour chaque noeud dont la solution obtenue est fractionnaire, un seul noeud-fils est créé. L'arbre de branchement est donc partiellement exploré avec une stratégie profondeur d'abord sans retour en arrière. À chaque noeud, une ou plusieurs décisions peuvent être imposées au niveau des sous-problèmes. L'avantage de cette recherche est de trouver rapidement une solution réalisable qui s'avèrera de bonne qualité si le problème présente un saut d'intégrité peu élevé et que la stratégie de branchement n'est pas trop agressive. Le choix de cette méthode de branchement est intéressant pour les problèmes de grande taille, en particulier le PCRE.

À chaque noeud de branchement, il faut prendre un certain nombre de décisions à l'aide d'une stratégie de branchement. Il existe plusieurs stratégies exactes et heuristiques dans GENCOL qui peuvent être utilisées dans le même arbre de branchement. À chaque noeud de branchement, les méthodes de branchement considérées sont mises en concurrence entre elles en affectant un score pour chacune d'entre elles. On choisit le meilleur score pour déterminer la stratégie à utiliser. Dans notre cas et vu la taille importante du problème traité, les méthodes de branchement utilisées sont généralement heuristiques. Parmi les méthodes les plus utilisées, on présente ci-bas les deux méthodes heuristiques *cfix* et *itfix-impose*. D'autres méthodes de branchement sont également disponibles dans GENCOL et peuvent être utilisées dans le même arbre de branchement.

La méthode *cfix* (Séparation par majoration de la borne inférieure des variables de rotation) consiste à fixer définitivement les valeurs d'un sous-ensemble de variables de rotation fractionnaires dans la solution de la relaxation linéaire du problème maître selon la valeur attribuée à chaque variable. Par exemple, dans une solution fractionnaire, on peut fixer à 1 toutes les variables dont la valeur est supérieure ou égale à un certain seuil fixé d'avance (par exemple, 0.7). De telles décisions permettent de réduire la taille du problème en éliminant de celui-ci les vols couverts par des rota-

tions dont les variables sont fixées à 1. Le score de cette stratégie peut correspondre à la moyenne des valeurs des variables fixées.

La méthode *itfix-impose* (Séparation par ajout de contraintes sur des séquences de segments de vol) consiste à choisir un ensemble de segments de vol et à mettre des restrictions sur les segments de vol qui les suivent dans les rotations. Cet ensemble de vols est construit à partir de la solution de la relaxation linéaire du problème maître en déterminant le flot total passant directement entre chaque paire de segments. Pour toute paire de segments dont le flot total est fractionnaire et supérieur à un seuil prédéterminé (par exemple, 0.7), on peut exiger que ce flot soit égal à 1, ce qui revient à imposer que les deux segments de vol soient consécutifs dans une même rotation. Le score de cette stratégie peut correspondre à la moyenne des flots totaux fixés.

Pour accélérer les temps de résolution, les relaxations linéaires ne sont pas résolues à l'optimalité. Deux stratégies heuristiques sont employées. La première consiste à stopper prématurément la résolution lorsque la fonction objectif stagne à une même valeur ou décroît très lentement pendant de nombreuses itérations. La deuxième consiste à ne pas dominer sur toutes les ressources dans la résolution des sous-problèmes ce qui rend cette résolution heuristique.

## CHAPITRE 4 : PRÉTRAITEMENT DES CONNEXIONS

La résolution du problème de construction des rotations d'équipage aérien requiert, généralement, des réseaux de grande taille dans lesquels est calculé très souvent un plus court chemin. Nous cherchons à retrancher certains arcs de connexion qui ne devraient pas faire partie d'une solution optimale afin d'utiliser de plus petits réseaux et d'accélérer les calculs qui y sont effectués. Comme il est impossible de savoir a priori quels sont ces arcs, nous devons définir des critères pour les identifier le mieux possible.

Dans ce cadre, nous proposons une analyse a priori des connexions station par station sur une période d'une semaine pour identifier des connexions qui ne peuvent faire partie de la solution optimale. Ces connexions peuvent donc être éliminées afin de réduire le nombre de rotations valides à considérer. En général, les méthodes de sélection des connexions à retirer du problème restreint se limitent à en choisir certaines parmi celles de coût réduit non favorable. C'est ce qui est proposé dans le présent mémoire. Étant donné que les rotations débutent et se terminent aux bases, nous développons deux modèles pour faire le prétraitement hebdomadaire, soit un modèle d'affectation pour chaque station hors-base et un modèle de flot à coût minimum pour chaque base. Pour les deux modèles, on considère qu'il n'y a pas de possibilité d'effectuer des mises en place puisque ces dernières ne sont pas connues à l'avance. Les résultats des traitements doivent être effectués d'une façon cyclique, c'est-à-dire que le même ensemble de connexions sera éliminé de semaine en semaine, tant et aussi longtemps que la liste des segments de vol demeure inchangée.

Le présent chapitre est composé de quatre sections. La première et la deuxième concernent les prétraitements aux stations hors-base et aux bases, respectivement.

La troisième présente deux méthodes d'estimation des bornes sur les nombres de rotations qui commencent et qui se terminent chaque jour de la semaine dans une base. La dernière décrit l'application de la procédure de prétraitement pour résoudre le problème.

## 4.1 Prétraitement des connexions aux stations hors-base

Dans cette section, nous définissons le problème hebdomadaire de prétraitement des connexions dans une station hors-base ainsi que la formulation mathématique du problème. La construction du réseau sous-jacent est introduite dans la section 4.1.2. Finalement, la section 4.1.3 présente la structure des coûts associés aux arcs.

### 4.1.1 Définition du problème

Le problème hebdomadaire de prétraitement des connexions dans une station hors-base considère un ensemble de segments de vol (arrivées et départs) se répétant chaque semaine. Toutefois, ces segments ne sont pas nécessairement les mêmes pour les différents jours de la semaine. Le problème consiste à trouver comment lier au mieux un équipage d'un vol qui arrive à un vol qui part en prenant en compte l'heure d'arrivée et de départ de chaque vol ainsi qu'une approximation du coût engendré par chaque affectation possible. Pour cela, on considère qu'à chaque station, on a deux ensembles  $A$  et  $D$  qui représentent respectivement les arrivées et les départs de la station. Soit  $L$  l'ensemble des arcs  $(i, j)$  reliant un noeud  $i \in A$  à un noeud  $j \in D$  tel que chaque arc correspond à une connexion ou un repos réalisable. Les conditions définissant les connexions et repos réalisables sont introduites dans la section suivante.

La variable  $x_{ij}$  représente le flot sur l'arc  $(i, j) \in L$  qui correspond au nombre d'équipages utilisant cet arc. Comme on ne traitera pas les mises en place, le flot  $x_{ij}$  est égal à 0 ou 1. Le paramètre  $c_{ij}$  représente le coût d'affectation d'un équipage du vol  $i$  au vol  $j$ . La structure du coût est définie dans la section 4.1.3. Afin de rendre le problème réalisable dans le cas où une station n'est pas équilibrée, c'est-à-dire lorsque le nombre d'arrivées est différent du nombre de départs, on suppose que les ensembles  $A$  et  $D$  peuvent contenir respectivement des arrivées et des départs virtuels tels que :

- Nombre d'arrivées virtuelles = Max (0, Nombre de départs - Nombre d'arrivées).
- Nombre de départs virtuels = Max (0, Nombre d'arrivées - Nombre de départs).

Chaque arrivée virtuelle est connectée à tous les départs, alors que chaque départ virtuel est connecté à toutes les arrivées. Le coût d'une telle connexion est 0 ou positif s'il existe des connexions qui sont moins acceptables que d'autres.

Le modèle d'affectation pour les stations hors-base s'écrit :

$$\text{Minimiser} \quad \sum_{(i,j) \in L} c_{ij} x_{ij} \quad (4.1)$$

sujet à :

$$\sum_{j:(i,j) \in L} x_{ij} = 1 \quad \forall i \in A \quad (4.2)$$

$$\sum_{i:(i,j) \in L} x_{ij} = 1 \quad \forall j \in D \quad (4.3)$$

$$x_{ij} \geq 0 \quad \forall (i, j) \in L. \quad (4.4)$$

La fonction objectif (4.1) vise à minimiser le coût total de l'affectation des équipages. Les contraintes (4.2) et (4.3) exigent l'affectation d'un équipage à chaque vol de départ et d'arrivée.

### 4.1.2 Réseau correspondant

Pour chaque segment de vol (noeud)  $i \in A \cup D$ , on possède certaines informations comme l'heure de départ, l'heure d'arrivée, le numéro de vol, l'identificateur d'avion, etc. Ces informations nous permettent d'identifier les différentes connexions (arcs) possibles entre les deux ensembles  $A$  et  $D$ . Pour cela, on aura besoin de définir au fur et à mesure plusieurs paramètres dont les valeurs sont spécifiées dans le tableau 4.1.

Les arcs du réseau correspondant à une station hors-base sont répartis en deux types (figure 4.1). Le premier est celui des connexions à l'intérieur d'un même service de vol, le second représente les connexions entre deux services de vol. L'identification de ces deux types d'arcs se fait à l'aide du paramètre  $l(i, j)$  qui mesure la durée entre l'arrivée du vol  $i \in A$  et le départ du vol  $j \in D$ .

#### Connexion à l'intérieur d'un même service de vol

Lors d'une connexion entre deux segments de vol dans un même service de vol, on distingue deux cas possibles. Dans le premier, l'équipage suit le même avion pour effectuer le segment suivant. Dans le second, l'équipage change d'avion.

#### Cas 1 : Sans changement d'avion

Les deux conditions pour qu'une connexion entre deux segments  $i$  et  $j$  sans changement d'avion soit possible sont d'une part, que les deux segments sont faits par le même avion et d'autre part, que la durée entre les deux est au plus égale à  $TCMax$  qui représente le temps de connexion maximum pour un équipage :

$$0 < l(i, j) \leq TCMax.$$

Dans ce cas, seulement la connexion d'une arrivée donnée vers le plus proche départ de la journée fait par le même avion est considérée comme étant une connexion sans



Tableau 4.1 – Valeurs des paramètres.

Paramètre	Valeur
TCMin	30 min
TCMax	614 min
SeuilTCMax	300 min
TRMin	540 min
TRMax	2100 min
Briefing	60 min
Debriefing	15 min
SeuilTCMemeAvion	120 min
MultipMemeAvion	0
MultipChangtAvion1	2
MultipChangtAvion2	4
MultipRepos	1
ReducteurTC	30 min
ReducteurTR	615 min
MultipSVCourt	4
CreditMinJour	255
f1	0.5
f2	0.5
TCMinStasDepart	30 min
TCMinStasArrive	30 min
RefHeureDebut	420
RefHeureFin	1200

changement d'avion. Toutes les autres connexions de la journée à partir du segment  $i$  sont considérées comme étant des connexions avec changement d'avion même s'il s'agit d'un même identificateur d'avion.

### **Cas 2 : Avec un changement d'avion**

Une connexion entre deux segments  $i$  et  $j$  avec changement d'équipage est possible lorsque les deux segments  $i$  et  $j$  ne sont pas faits par le même avion et que la durée entre les deux est au plus égale à  $TCMax$  et au moins égale à  $TCMin$ . Cette borne inférieure est nécessaire pour permettre à un équipage d'effectuer le changement d'avion :

$$TCMin \leq l(i, j) \leq TCMax.$$

Il est à noter que  $TCMin$  peut varier d'une station à l'autre.

### **Connexion entre deux services de vol (repos)**

Une connexion entre deux services de vol comprend un repos qui est précédé par un debriefing et suivi par un briefing dont les durées sont définies par la compagnie. Pour permettre à l'équipage de bien se reposer, la durée du repos doit être au minimum égale à  $TRMin$  qui représente le temps minimum de repos et au maximum égale à  $TRMax$  qui est le temps maximum de repos permis donc :

$$TRMin < l(i, j) - Briefing - Debriefing \leq TRMax.$$

Soulignons que la durée du temps de connexion maximum  $TCMax$  est définie de telle sorte qu'elle soit inférieure à la durée du temps de repos minimum  $TRMin$  plus *Briefing* et *Debriefing*.

## **4.1.3 Structure des coûts**

La modalité de calcul des coûts diffère selon le type de connexions. Pour chaque type, on utilise des pénalités de telle sorte qu'elles permettent de favoriser les connexions de plus courte durée.

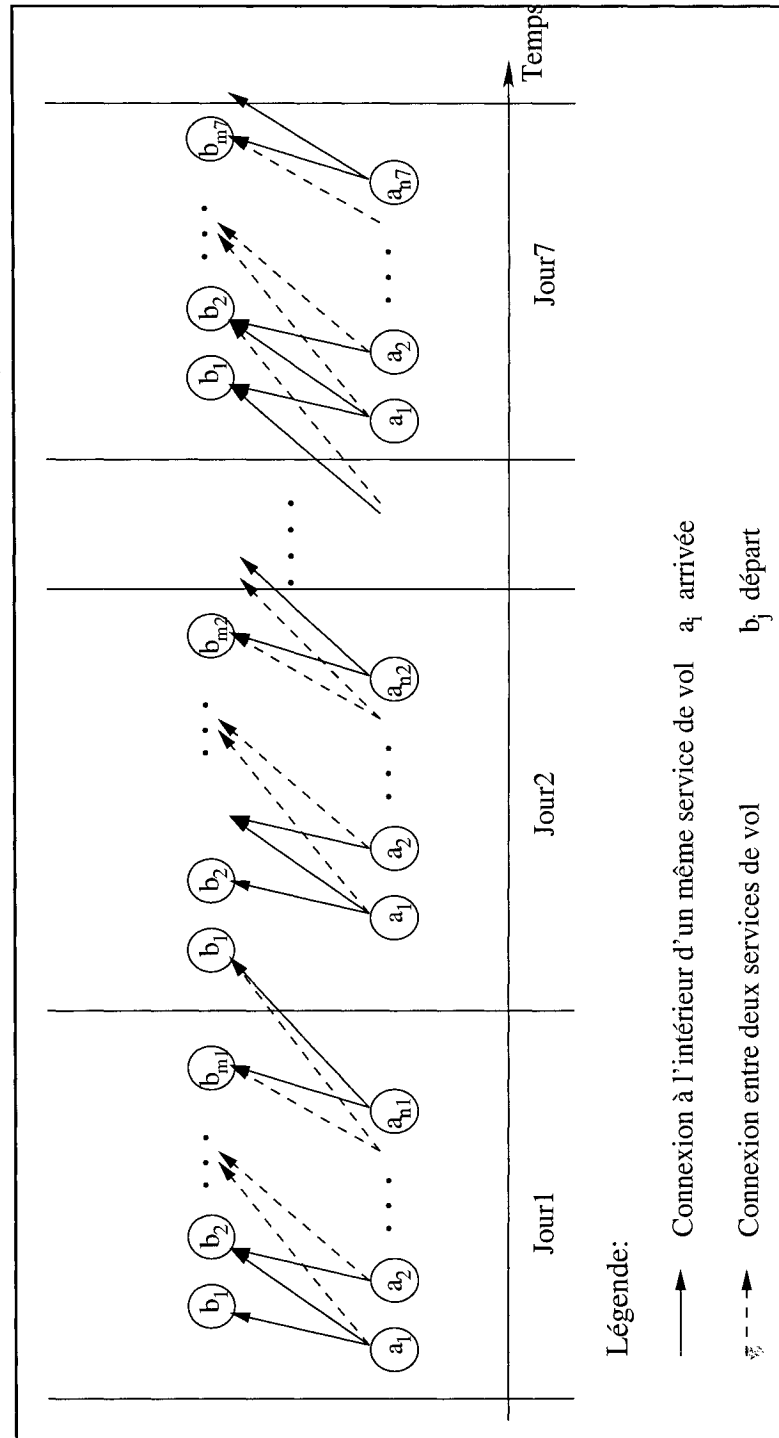


Figure 4.1 – Structure du réseau associé à une station hors-base

### Connexion à l'intérieur d'un même service de vol

Pour les deux types de connexions (avec et sans changement d'avion), on définit des intervalles de temps qui permettent de favoriser certaines d'entre elles. Le calcul du coût d'une connexion se fait sur la base de la durée  $l(i, j)$  à laquelle on retranche une valeur  $ReducteurTC$  qu'on choisit de fixer égale au temps de connexion minimum. Ceci permet de pénaliser seulement les connexions dont la durée dépasse le temps minimum.

#### Cas 1 : Sans changement d'avion

Dans le cas d'une connexion sans changement d'avion, on définit trois intervalles pour la durée  $l(i, j)$ , tels que pour chacun, la structure du coût est différente :

$$c_{ij} = \begin{cases} MultipMemeAvion \cdot \text{Max}(0, (l(i, j) - ReducteurTC)) \\ \quad \text{si } 0 < l(i, j) \leq SeuilTCMemeAvion \\ \\ MultipChangtAvion1 \cdot (l(i, j) - ReducteurTC) \\ \quad \text{si } SeuilTCMemeAvion < l(i, j) \leq SeuilTCMax \\ \\ MultipChangtAvion2 \cdot (l(i, j) - ReducteurTC) \\ \quad \text{si } SeuilTCMax < l(i, j) \end{cases}$$

où  $SeuilTCMemeAvion < SeuilTCMax$ .

$MultipMemeAvion$ ,  $MultipChangtAvion1$ ,  $MultipChangtAvion2$  représentent respectivement des multiplicateurs pour pénaliser le coût d'une connexion selon qu'elle soit dans le premier, le deuxième ou le dernier intervalle et tels que :

$$MultipChangtAvion2 > MultipChangtAvion1 > MultipMemeAvion.$$

Lorsque le temps de connexion est inclus dans le premier intervalle, on choisit d'affecter la valeur 0 à  $MultipMemeAvion$  pour permettre à un équipage d'effectuer une connexion sans changement d'avion sans être pénalisé.

#### Cas 2 : Avec un changement d'avion

Dans le cas d'une connexion avec un changement d'avion, on définit pour  $l(i, j)$  deux

intervalles tels que :

$$c_{ij} = \begin{cases} \text{MultipChangtAvion1} \cdot (l(i, j) - \text{ReducteurTC}) & \text{si } l(i, j) \leq \text{SeuilTCMax} \\ \text{MultipChangtAvion2} \cdot (l(i, j) - \text{ReducteurTC}) & \text{si } \text{SeuilTCMax} < l(i, j) \end{cases}$$

Remarquons que lorsque  $l(i, j)$  dépasse  $\text{SeuilTCMemeAvion}$ , la structure du coût devient la même pour les connexions avec et sans changement d'avion. Ceci représente le fait qu'à partir de cet instant, le coût des deux types de connexions est le même. Ainsi, on ne favorise plus les connexions sans changement d'avion.

### Connexion entre deux services de vol

Le coût  $c_{ij}$  associé à un arc de repos est la somme de trois coûts  $c_{ij}^1$ ,  $c_{ij}^2$  et  $c_{ij}^3$  qui sont définis de la façon suivante. Le calcul de  $c_{ij}^1$  se fait comme pour les deux premiers cas cités ci-dessus, sur la base de la durée  $l(i, j)$  à laquelle on retranche une valeur  $\text{ReducteurTR}$  qu'on choisit de fixer égale au temps de repos minimum. Ainsi  $c_{ij}^1$  représente la pénalité encourue lorsqu'un repos dépasse la durée minimum.

$$c_{ij}^1 = \text{MultipRepos} \cdot (l(i, j) - \text{ReducteurTR})$$

où  $\text{MultipRepos}$  est un multiplicateur positif.

$c_{ij}^2$  et  $c_{ij}^3$  représentent, respectivement, les pénalités encourues lorsque le service de vol qui précède et celui qui suit cette connexion sont courts, c'est-à-dire, que leurs durées ne dépassent pas le nombre d'heures minimum payées par jour.

$$c_{ij}^2 = \text{MultipSVCourt} \cdot \text{Max}(0, \text{CreditMinJour} - \text{HeuresTravailEstimeMatin})$$

$$c_{ij}^3 = \text{MultipSVCourt} \cdot \text{Max}(0, \text{CreditMinJour} - \text{HeuresTravailEstimeSoir})$$

où  $\text{MultipSVCourt}$  est un multiplicateur qu'on choisit d'être le même pour  $c_{ij}^2$  et  $c_{ij}^3$  et  $\text{CreditMinJour}$  est le nombre d'heures minimum créditées par jour.

Pour pouvoir calculer  $c_{ij}^2$  et  $c_{ij}^3$ , on fait une estimation de la durée de chacun des deux services de vol, celui d'avant  $\text{HeuresTravailEstimeMatin}$  et celui d'après

*HeuresTravailEstimeSoir*. L'estimation de ces deux paramètres se fait sur la base des données de la flotte que nous disposons qui montrent que, pendant la nuit et plus particulièrement entre minuit et 7h00 du matin, le nombre de segments de vol effectués est pratiquement nul. On définit ainsi deux paramètres *RefHeureDebut* et *RefHeureFin*. Le premier correspond à l'heure de début du premier segment de vol (par exemple 7h00). Le deuxième correspond à l'heure de fin du dernier segment de vol dans la journée (par exemple 00h00). Aussi, on définit deux autres paramètres *TCMinStasDepart* et *TCMinStasArrive* qui représentent respectivement le temps de connexion minimum pouvant avoir lieu avant le segment  $i$  dans sa station de départ et après le segment  $j$  dans sa station d'arrivée. Nous formulons *HeuresTravailEstimeMatin* et *HeuresTravailEstimeSoir* comme la somme de deux valeurs. La première est une donnée qu'on peut déduire de la table des vols : il s'agit de la durée du segment  $i \in N$ . La deuxième est une valeur estimée du temps de travail potentiel avant le vol  $i$  ou après le vol  $j$ . Ainsi, la formulation proposée est la suivante :

$$\begin{aligned} \text{HeuresTravailEstimeMatin} &= l(i) + \\ & f1 \cdot \text{Max}(0, dt_i^d - \text{RefHeureDebut} - \text{TCMinStasDepart}) \\ \text{HeuresTravailEstimeSoir} &= l(j) + \\ & f2 \cdot \text{Max}(0, \text{RefHeureFin} - at_j^d - \text{TCMinStasArrive}) \end{aligned}$$

où  $dt_i^d$  et  $at_j^d$  sont respectivement les heures locales de départ et d'arrivée des vols  $i$  et  $j$  mesurées par rapport au début (00 :00) du jour  $d$  auquel ce départ ou arrivée appartienne. Le paramètre  $l(i)$  représente la durée du segment  $i \in A \cup D$ . Les deux paramètres  $f1$  et  $f2$  sont, respectivement, deux multiplicateurs associés au temps en service matinal et nocturne.

On remarque qu'avec cette formulation, plus l'heure  $dt_i^d$  est proche de *RefHeureDebut* (dans ce cas 7h00), plus la durée de *HeuresTravailEstimeMatin* est proche de  $l(i)$ . Autrement dit, le service de vol précédent n'est constitué que du segment  $i$ .

Le même raisonnement reste valable pour *HeuresTravailEstimeSoir*, c'est-à-dire, que plus l'heure  $at_j^d$  est proche de *RefHeureFin* (dans ce cas 00h00), plus la durée de *HeuresTravailEstimeSoir* est proche de  $l(j)$ . Le coût  $c_{ij}$  d'une connexion entre deux services de vol ainsi défini permet de pénaliser toutes les connexions dont au moins un des deux services de vol d'avant ou d'après est de courte durée. Notons, finalement, que les valeurs associées aux différents multiplicateurs *MultipMemeAvion*, *MultipChangtAvion1*, *MultipChangtAvion2* et *MultipRepos* sont choisies de façon à favoriser les connexions courtes dans un même service de vol et de préférer les repos dans le cas où les connexions dépassent certains seuils. Ceci est dû à la politique de calcul du salaire du personnel navigant qui crédite habituellement la totalité de la connexion et seulement une proportion du repos.

## 4.2 Prétraitement des connexions aux bases

Dans la présente section, on se propose d'étudier le problème de prétraitement des connexions dans une base qui, contrairement au problème traité dans la section précédente, requiert plus de contraintes qui seront détaillées dans la section 4.2.1. Le réseau associé à ce problème est défini dans la section 4.2.2 et le modèle mathématique dans la section 4.2.3. Finalement, la structure des coûts est donnée dans la section 4.2.4.

### 4.2.1 Définition du problème

Une base est une station où sont assignés des membres d'équipage et où débutent et se terminent les rotations de ces membres d'équipage. Soulignons que le nombre d'arrivées et de départs est beaucoup plus élevé que dans une station hors-base. Le

problème hebdomadaire de prétraitement des connexions dans une base, comparativement à une station hors-base, consiste à déterminer parmi les équipages qui arrivent ceux qui ont terminé leurs rotations et ceux qui vont les poursuivre en trouvant comment les lier au mieux à des vols de départ. Le problème doit déterminer également parmi les vols de départ ceux qui vont être effectués par des équipages disponibles à la base, i.e., les équipages qui débiteront une rotation.

Dans le cas où l'équipage poursuit sa rotation, ce dernier doit être affecté à un vol de départ approprié. Il est donc nécessaire d'identifier toutes les connexions et repos possibles entre les arrivées et les départs. Ceci s'effectue sous les mêmes conditions définies pour les stations hors-base en se basant sur les données de la table des vols. En général, les rotations peuvent commencer ou se terminer n'importe quel jour de la semaine et on définit pour chaque jour  $d$  des bornes inférieures et supérieures sur le nombre de rotations qui peuvent commencer ou se terminer à la base. Dans le modèle que nous proposons et afin de lui donner une forme plus pratique, ces contraintes sont modélisées par des contraintes molles, c'est-à-dire des contraintes qui peuvent être violées moyennant une pénalité unitaire  $M$  fixée empiriquement ( $M = 10000$  pour les tests). Ces contraintes sont définies de la façon suivante.

#### Contraintes molles sur le nombre de rotations qui peuvent commencer à la base

Soit  $rd^d$  la variable qui représente le nombre de rotations qui commencent le jour  $d$  et  $m^d$  le nombre de départs ce jour là.  $rd^d$  peut être plus petit que la borne inférieure  $rd_{min}^d$  ou plus grand que la borne supérieure  $rd_{max}^d$ . La fonction de coût proposée  $c(rd^d)$  est définie comme suit :

$$c(rd^d) = \begin{cases} M \cdot (rd_{min}^d - rd^d) & \text{si } 0 \leq rd^d < rd_{min}^d \\ 0 & \text{si } rd_{min}^d \leq rd^d \leq rd_{max}^d \\ M \cdot (rd^d - rd_{max}^d) & \text{si } rd_{max}^d < rd^d \leq m^d. \end{cases}$$



### Contraintes molles sur le nombre de rotations qui peuvent se terminer à la base

Soit  $rf^d$  la variable qui représente le nombre de rotations qui se terminent le jour  $d$  et  $n^d$  le nombre d'arrivées du même jour.  $rf^d$  peut être plus petit que la borne inférieure  $rf_{min}^d$  ou plus grand que la borne supérieure  $rf_{max}^d$ . La fonction de coût proposée  $c(rf^d)$  est définie comme suit :

$$c(rf^d) = \begin{cases} M \cdot (rf_{min}^d - rf^d) & \text{si } 0 \leq rf^d < rf_{min}^d \\ 0 & \text{si } rf_{min}^d \leq rf^d \leq rf_{max}^d \\ M \cdot (rf^d - rf_{max}^d) & \text{si } rf_{max}^d < rf^d \leq n^d. \end{cases}$$

La figure 4.2 présente les deux fonctions  $c(rf_{min}^d)$  et  $c(rf_{max}^d)$ . On remarque que ces dernières sont linéaires par morceau. Elles prennent la valeur 0 à l'intérieur des deux intervalles permis et augmentent linéairement en s'éloignant des deux bornes. Dans la suite, on présentera une méthode pour intégrer ces fonctions dans le modèle de façon linéaire.

#### 4.2.2 Réseau correspondant

La formulation mathématique du problème d'affectation d'équipage dans une base repose sur le réseau défini dans cette section. On pourra se reporter à la figure 4.5 pour voir les différents noeuds et arcs présents dans le réseau. Il est à noter que les figures 4.4 correspond à une seule journée de ce réseau et que la figure 4.3 présente une version préliminaire du réseau de la figure 4.4.

Le réseau est constitué de trois types de noeuds. Le premier type est identique aux stations hors-base : il représente les segments d'arrivée et de départ de la base. Ces noeuds sont ordonnés, respectivement, selon l'heure d'arrivée et de départ de chaque

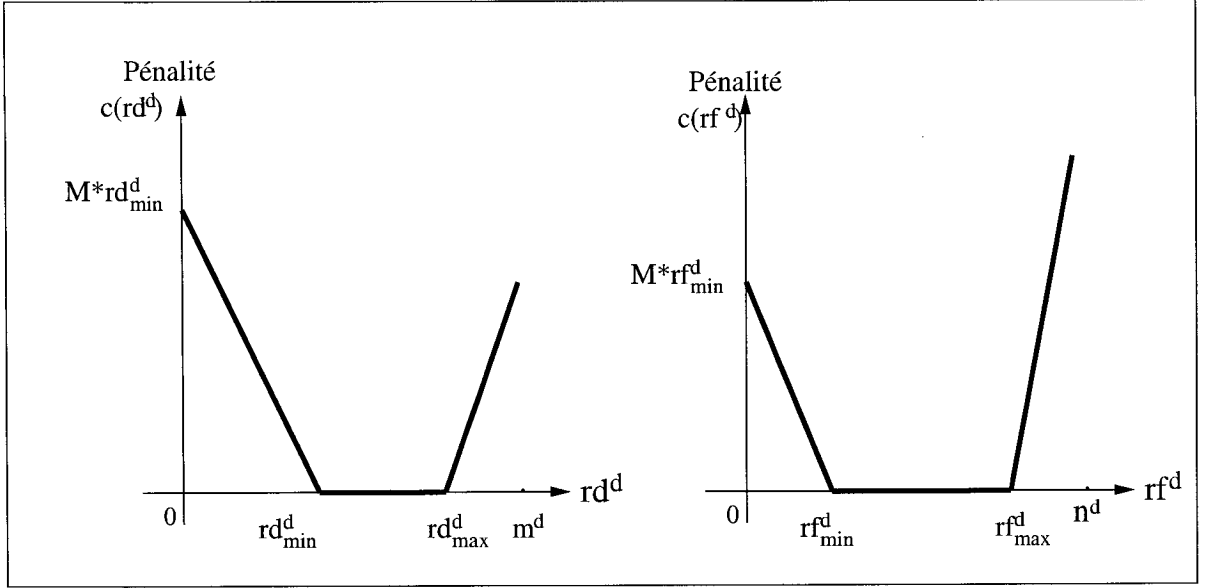


Figure 4.2 – Fonctions de coût associées aux contraintes molles.

segment. On associe à chacun un flot sortant ou entrant selon qu'il s'agit d'une arrivée ou d'un départ. Dans les deux cas, la valeur du flot est de 1 puisqu'on exclut les mises en place. Le deuxième type de noeuds représente les débuts de rotation. Comme les rotations peuvent débiter n'importe quel jour de la semaine et que la fonction de coût associée au nombre de ces rotations  $c_{rd}^d$  est continue par morceau sur trois intervalles (figure 4.2), on définit, pour chaque jour de la semaine, trois noeuds  $RD_1^d$ ,  $RD_2^d$  et  $RD_3^d$  qui correspondent, respectivement, aux trois intervalles  $[0, rd_{min}^d[$ ,  $[rd_{min}^d, rd_{max}^d[$  et  $[rd_{max}^d, m^d]$  et pour lesquels on associe les flots sortants  $rd_{min}^d$ ,  $rd_{max}^d - rd_{min}^d$  et  $m^d - rd_{max}^d$ .

De façon analogue, on définit le troisième type de noeuds qui représente les fins de rotation. Il y a également trois noeuds  $RF_1^d$ ,  $RF_2^d$  et  $RF_3^d$  pour chacun des sept jours. Ils correspondent, respectivement, aux trois intervalles  $[0, rf_{min}^d[$ ,  $[rf_{min}^d, rf_{max}^d[$  et  $[rf_{max}^d, n^d]$ . On leur associe les flots entrants  $rf_{min}^d$ ,  $rf_{max}^d - rf_{min}^d$  et  $n^d - rf_{max}^d$ .

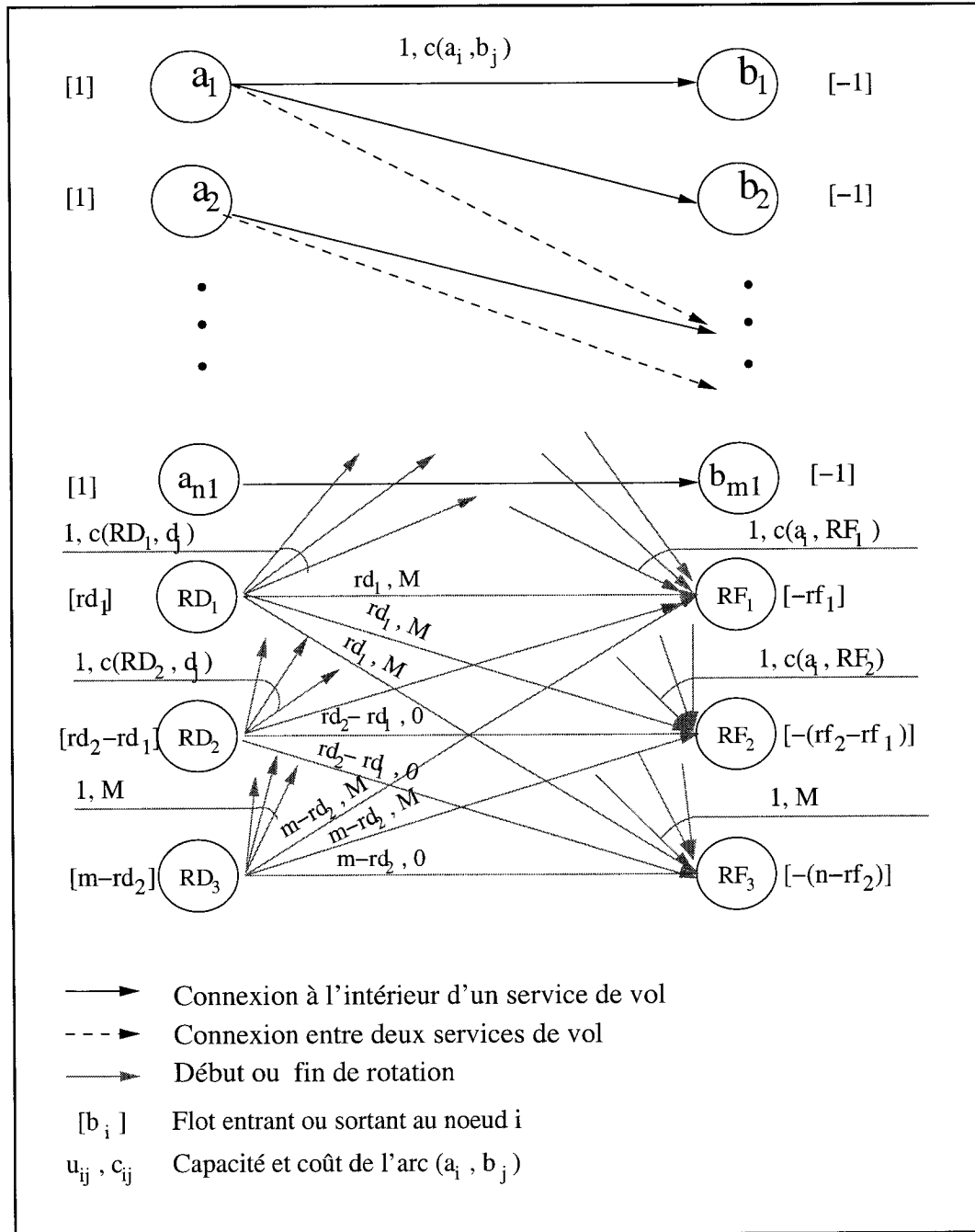


Figure 4.3 – Structure du réseau initial associé à une base pour une journée

Le réseau comporte cinq types d'arcs. Le premier est celui des connexions à l'intérieur d'un même service de vol. Le second représente les connexions entre deux services de vol (repos) pour les équipages non affectés à cette base. Ces deux premiers types d'arcs permettent de relier les arrivées vers les départs et ainsi la borne supérieure sur le flot pouvant passer sur chacun d'eux est de 1. Ces arcs existent sous les mêmes conditions définies dans la section précédente. Toutefois, il est possible que les valeurs des paramètres diffèrent entre les bases et les stations hors-base.

Les arcs de début de rotation constituent le troisième type. Ils indiquent que chaque segment de départ peut représenter un début de rotation effectuée par un équipage disponible à la base. Ces derniers partent des trois noeuds  $RD_1^d$ ,  $RD_2^d$  et  $RD_3^d$  vers les segments de départ. La condition d'existence de tels arcs est que l'heure de départ du segment moins le temps de briefing soit ultérieur à (00 :00) du même jour. Dans le cas où cette condition n'est pas vérifiée, c'est-à-dire que l'heure de départ du segment de départ moins le temps de briefing est avant (00 :00), alors ce segment de départ est relié aux trois noeuds du jour précédent, c'est-à-dire,  $RD_1^{d-1}$ ,  $RD_2^{d-1}$  et  $RD_3^{d-1}$ . Dans le cas où le jour actuel est le premier jour de la semaine ( $d = 1$ ) alors le segment de départ est relié à  $RD_1^7$ ,  $RD_2^7$  et  $RD_3^7$  et ce pour considérer l'aspect périodique des vols.

Les arcs de fin de rotation relient tous les segments d'arrivée vers les trois noeuds de fin de rotation  $RF_1^d$ ,  $RF_2^d$  et  $RF_3^d$ . Puisque toutes les rotations doivent nécessairement finir à la base, alors tous les segments de vol à destination de la base doivent offrir la possibilité de terminer la rotation à l'aide d'un arc de fin de rotation. La condition d'existence d'un arc de fin de rotation est que l'heure d'arrivée du segment plus le temps de debriefing ne dépasse pas (24 :00). Dans le cas contraire, cette arrivée est reliée aux noeuds du jour suivant  $RF_1^{d+1}$ ,  $RF_2^{d+1}$  et  $RF_3^{d+1}$ . Aussi, dans ce cas, lorsque le jour actuel est le dernier jour de la semaine alors le segment d'arrivée est relié à  $RF_1^1$ ,  $RF_2^1$  et  $RF_3^1$ . La borne supérieure sur le flot associée à chaque arc de début et de fin de rotation est également de 1.

Le dernier type concerne les arcs qui relient les six noeuds de début et de fin de rotation pour chaque jour. Les bornes associées à chacun sont définies dans la figure 4.3. Pour des raisons de visibilité, les variables  $rd_{min}^d$ ,  $rd_{max}^d$ ,  $rf_{min}^d$  et  $rf_{max}^d$  ont été remplacées par  $rd_1$ ,  $rd_2$ ,  $rf_1$  et  $rf_2$  respectivement, et les indices supérieurs  $d$  ont été omis.

Pour que les bornes supérieures  $rd_{max}^d$  et  $rf_{max}^d$  sur les nombres de rotations commençant et se terminant soient respectées autant que possible, on affecte à tous les arcs sortant du noeud  $RD_3^d$  ainsi que ceux rentrant au noeud  $RF_3^d$  une pénalité  $M$  (sauf sur l'arc  $(RD_3^d, RF_3^d)$  qui porte un coût nul). Dans le cas des bornes inférieures  $rd_{min}^d$  et  $rf_{min}^d$ , on affecte la même pénalité  $M$  seulement aux arcs reliant le noeud  $RD_1^d$  aux trois noeuds de fin de rotations  $RF_1^d$ ,  $RF_2^d$  et  $RF_3^d$  ainsi qu'aux arcs reliant les noeuds  $RD_1^d$ ,  $RD_2^d$  et  $RD_3^d$  au noeud  $RF_1^d$ . Pour le reste des arcs sortant de  $RD_1^d$ , on associe à chacun un coût  $C_{RD_{1j}}$  qui dépend de l'heure de départ de chaque segment  $j$ . De même, le coût  $C_{iRF_1}$  associé à chaque arc de fin de rotation  $(i, RF_1)$  est fonction de l'heure d'arrivée du segment  $i$ . De cette manière, on force le flot à se diriger sur les arcs de début et de fin de rotation. Finalement,  $C_{RD_{2j}}$  et  $C_{iRF_2}$  sont les coûts affectés aux arcs  $(RD_2, j)$  et  $(i, RF_2)$  qui sont obligatoirement égaux à  $C_{RD_{1j}}$  et  $C_{iRF_1}$ , respectivement.

Il est à noter que le réseau illustré à la figure 4.4 est une forme agrégée du réseau initial illustré à la figure 4.3. Ce dernier contient beaucoup plus d'arcs. En effet, les  $m$  arcs de début de rotation sortant du noeud  $RD_3$  ont été remplacés par un arc reliant  $RD_3$  à  $RD_2$  avec une pénalité  $M$ . En ce qui concerne les  $m$  arcs sortant du noeud  $RD_2$ , ces derniers ont été remplacés par un arc reliant  $RD_2$  et  $RD_1$  avec un coût nul. Ceci est rendu possible vu que les coûts  $C_{RD_{1j}}$  et  $C_{RD_{2j}}$  sont égaux. On procède de façon identique pour agréger les  $(2 \cdot n)$  arcs entrant aux deux noeuds  $RF_2$  et  $RF_3$ . Ces derniers sont remplacés par seulement deux arcs, l'un relie  $RF_3$  à  $RF_2$  quant à l'autre, il relie  $RF_2$  à  $RF_1$ .

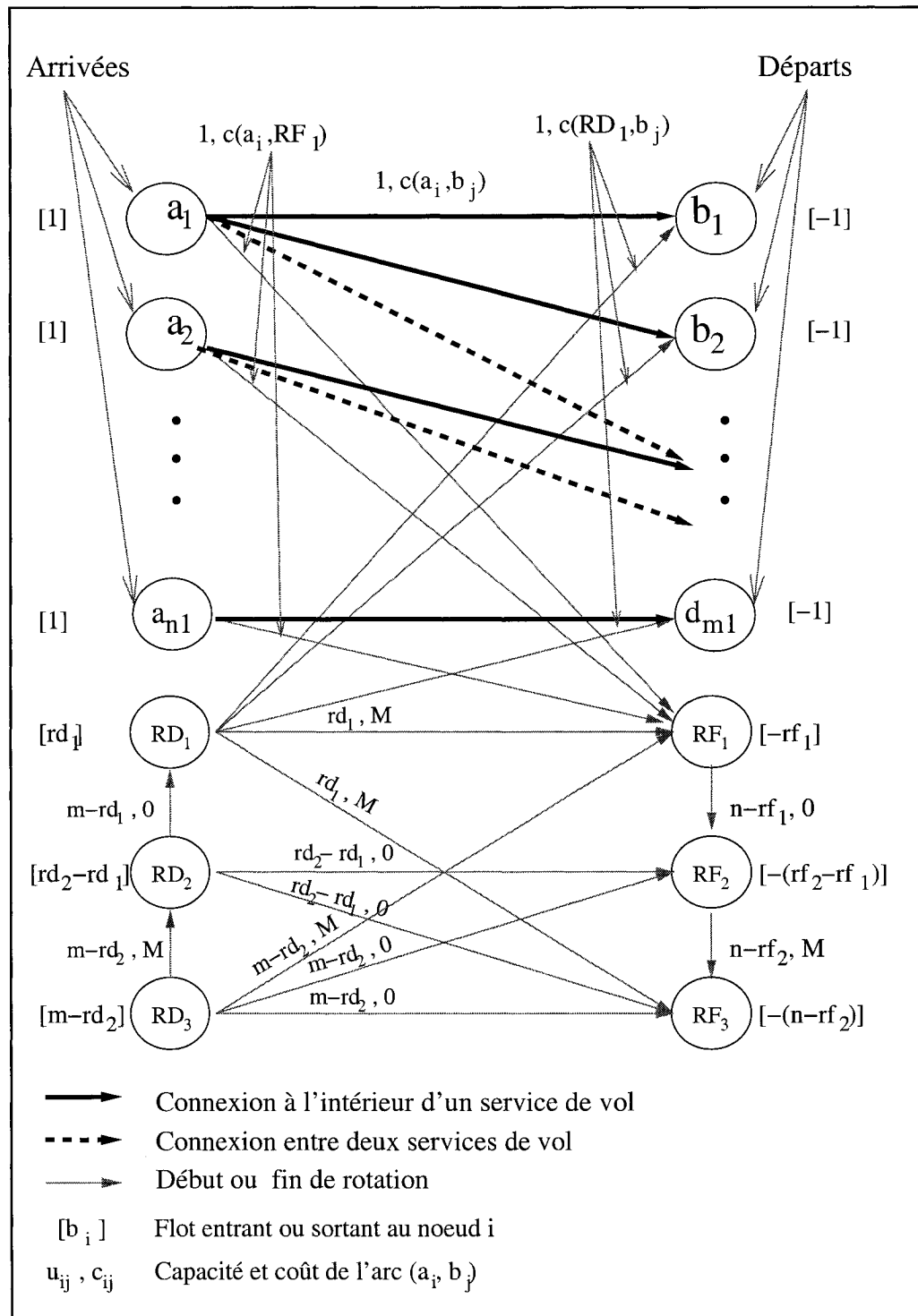


Figure 4.4 – Structure du réseau simplifié associé à une base pour une journée

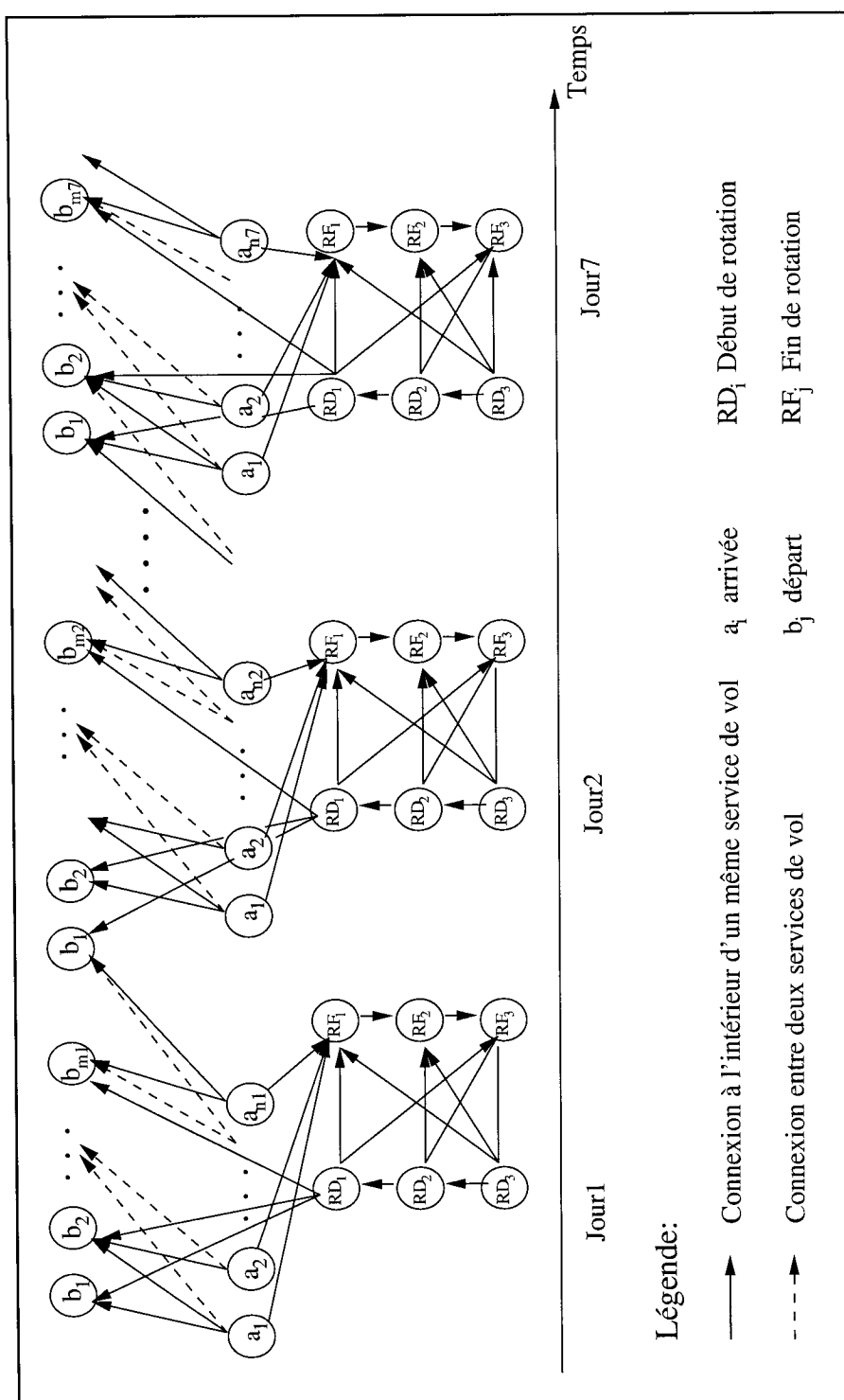


Figure 4.5 – Structure du réseau hebdomadaire associé à une base

### 4.2.3 Modèle mathématique

Cette section présente la formulation mathématique du problème de prétraitement des connexions dans une base. On reprend les notations utilisées dans le problème de prétraitement des connexions dans une station hors-base. Soit  $N$  l'ensemble des noeuds et  $L$  l'ensemble des arcs  $(i, j)$ . On associe un flot  $x_{ij}$  à chaque arc  $(i, j)$  du réseau. Cette variable prend la valeur 0 ou 1 lorsqu'il s'agit d'un arc de connexion, de repos, de début ou de fin de rotation et prend des valeurs entières positives ou nulles pour les autres arcs. Les paramètres  $b_i$  et  $u_{ij}$  représentent, respectivement, le flot entrant ou sortant du noeud  $i \in N$  et la capacité de l'arc  $(i, j) \in L$ .  $b_i$  prend la valeur 1 pour tous les noeuds d'arrivée et -1 pour ceux de départ. La capacité  $u_{ij}$  des arcs de connexion, de repos, de début et de fin de rotation est égale à 1. Pour les noeuds et arcs restants du réseau, les valeurs de  $b_i$  et  $u_{ij}$  dépendent des bornes inférieures et supérieures  $rd_{min}^d$ ,  $rd_{max}^d$ ,  $rf_{min}^d$  et  $rf_{max}^d$  pour chaque jour de la semaine considérée. Il faut signaler que ces bornes ne sont pas connues et qu'on devrait développer des méthodes pour les estimer, ce qui fera l'objet de la dernière section de ce chapitre. Le paramètre  $c_{ij}$  représente le coût associé à chaque arc  $(i, j)$ .

La structure des coûts est définie dans la section suivante. Mentionnons que, comparativement aux stations hors-base, on n'a pas besoin d'ajouter des arrivées ou des départs virtuels lorsque la base n'est pas équilibrée pour une journée  $d$ . En effet, dans le cas où le nombre de départs est plus grand alors le surplus de départs noté  $S_{depart}^d$  sera effectué par des équipages disponibles à la base. On peut déduire dans ce cas que  $rd_{min}^d \geq S_{depart}^d$ .

De même, lorsque le nombre d'arrivées est plus grand, alors le surplus d'arrivées noté  $S_{arrive}^d$  représente une partie du nombre de connexions qui doivent se terminer à la base et ainsi  $rf_{min}^d \geq S_{arrive}^d$ .



Le modèle mathématique s'écrit alors de la façon suivante :

$$\begin{aligned} & \text{Minimiser} && \sum_{(i,j) \in L} c_{ij} x_{ij} && (4.5) \\ & \text{sujet à :} \end{aligned}$$

$$\sum_{j:(i,j) \in L} x_{ij} - \sum_{i:(i,j) \in L} x_{ij} = b_i \quad \forall i \in N \quad (4.6)$$

$$0 \leq x_{ij} \leq u_{ij} \quad \forall (i, j) \in L. \quad (4.7)$$

La fonction objectif (4.5) cherche à minimiser le coût total de l'affectation des équipages ainsi que les pénalités encourues lorsque les bornes sur le nombre de rotations qui commencent ou se terminent sont violées. Les contraintes (4.6) assurent l'affectation d'un équipage à chaque vol de départ et d'arrivée. Ces mêmes contraintes assurent la conservation de flot entrant et sortant pour le reste des noeuds du réseau. Finalement, les contraintes (4.7) indiquent les bornes sur les variables de flot. Ce modèle correspond donc à un problème de flot à coût minimum.

#### 4.2.4 Structure des coûts

Les coûts associés aux arcs de connexion et de repos sont définis de façon semblable à ceux des stations hors-base. Donc, ces coûts permettent de privilégier ou de pénaliser certains arcs. Dans ce qui suit, on définit seulement les coûts associés aux arcs restants.

##### Les arcs de début de rotation

Le coût  $c_{RDj}$  d'un arc de début de rotation dépend de l'heure de départ du vol  $j$  : plus ce dernier est proche de la fin de journée plus le coût associé est important. Ainsi, le coût dépend de la durée du premier service de vol qui sera effectué. Nous

proposons dans ce cas la même formule du coût  $c_{ij}^3$  utilisée pour calculer le coût d'une connexion entre deux services de vol :

$$c_{RD1j} = \text{MultipSVCourt} \cdot \text{Max}(0, \text{CreditMinJour} - \text{HeuresTravailEstimeSoir}).$$

### Les arcs de fin de rotation

Le calcul du coût  $c_{iRF1}$  se fait en suivant le même raisonnement, c'est-à-dire qu'on pénalise chaque arc dont l'heure du vol d'arrivée  $i$  est proche du début de la journée. Dans ce cas, le service de vol incluant le segment  $i$  est court et ainsi c'est la formule de  $c_{ij}^2$  qui sera utilisée dans ce cas :

$$c_{iRF1} = \text{MultipSVCourt} \cdot \text{Max}(0, \text{CreditMinJour} - \text{HeuresTravailEstimeMatin})$$

. Il est à noter que les heures de début et de fin de journée sont les mêmes que pour les stations hors-base à savoir 7h00 le matin et 00h00 le soir.

### Les arcs reliant les noeuds de début et de fin de rotation

Les coûts associés à ces arcs sont de 0 ou  $M$ . Ils sont définis de sorte que le coût de la solution soit pénalisé si le nombre de rotations qui commencent ou se terminent à une journée donnée viole l'une des bornes de l'intervalle qui lui correspond.

## 4.3 Estimation des bornes sur les nombres de rotations commençant et se terminant à une base

La présente section propose deux méthodes d'estimation des bornes sur les nombres de rotations commençant et se terminant à une base et ce pour chaque jour de la semaine. La première est une méthode de comptage des arrivées et des départs. La deuxième utilise un modèle de couplage maximum associé à un réseau réduit formé uniquement des connexions entre segments de vol.

### 4.3.1 Estimation par comptage

La méthode d'estimation par comptage permet d'identifier facilement des bornes inférieures sur les nombres de rotations commençant et se terminant. Il s'agit de suivre l'évolution du nombre d'équipages en attente au sol. Soulignons qu'un équipage en attente est un équipage qui arrive à la base avec l'un des segments d'arrivée. Soit  $A^d$  et  $D^d$  les ensembles d'arrivées et de départs de la base au jour  $d$ . La procédure est présentée par l'algorithme 4.1.

---

**Algorithme 4.1** Estimation par comptage

---

```

pour  $d = 1, \dots, 7$  effectuer
   $CptPositif = 0, CptNegatif = 0$ 
  pour tout  $i \in A^d \cup D^d$  effectuer
    si  $i \in A$  alors
       $CptPositif \leftarrow CptPositif + 1$ 
    sinon
       $CptPositif \leftarrow CptPositif - 1$ 
      si  $CptPositif < 0$  alors
         $CptPositif = 0$ 
         $CptNegatif \leftarrow CptNegatif + 1$ 
   $rd_{min}^d \leftarrow CptNegatif$ 
   $rf_{min}^d \leftarrow CptPositif$ 

```

---

Cette méthode consiste à utiliser deux paramètres  $CptPositif$  et  $CptNegatif$  qui comptent pour chaque jour  $d$  de la semaine le nombre minimum de rotations qui doivent commencer ou se terminer. Ces deux paramètres sont initialisés à 0 au début de chaque jour. Une arrivée se traduit par l'augmentation d'une unité du paramètre  $CptPositif$ . Par contre, un départ se traduit par la diminution d'une unité de ce même paramètre. Lorsque la valeur de  $CptPositif$  atteint son minimum qui est 0 alors il n'y a plus d'équipage en attente. Supposons que, dans ce cas, le prochain segment est un départ alors ce segment doit être nécessairement effectué par un équipage disponible à la base. On aura donc un début de rotation. À ce moment,

c'est le deuxième paramètre *CptNegatif* qui augmentera d'une unité. Le processus continue jusqu'au dernier vol. Ainsi, la valeur de *CptPositif* obtenue à la fin de la journée représente le nombre d'arrivées qui n'ont pas pu être affectées à des départs.

Pour illustrer cela, prenons l'exemple de la figure 4.6, on suppose que pour un jour  $d$ , on a 9 arrivées et 8 départs. Comme les deux premiers segments sont des départs, c'est le paramètre *CptNegatif* qui augmentera de deux unités tandis que *CptPositif* reste à 0. Ce dernier augmentera de quatre unités suite à l'arrivée des quatre vols suivants. À la fin de la journée, les nombres minimums de rotations qui doivent commencer et se terminer sont 3 et 4, respectivement.

La méthode de comptage, comme on peut le constater, n'est pas très efficace car elle permet d'obtenir des bornes inférieures par simple comptage sans prendre en considération les durées des connexions. En effet, dans le cas où la connexion entre une arrivée et un départ est très longue, il peut être avantageux de considérer cette arrivée comme une fin de rotation et ce départ comme un début de rotation. De plus, cette méthode ne permet pas de déterminer les bornes supérieures.

### 4.3.2 Estimation par couplage maximal

La méthode basée sur le modèle de couplage maximal permet d'estimer les bornes inférieures et supérieures. Cette deuxième méthode, contrairement à la première, utilise les informations concernant les temps d'attente au sol. Ainsi, les bornes obtenues sont généralement de meilleure qualité.

**Les bornes inférieures :** L'idée consiste à définir un sous-réseau à partir du réseau défini à la section 4.2.2 duquel on supprime tous les noeuds de début et de fin de rotation ainsi que les arcs de connexion entre deux services de vol. Ainsi, le nouveau

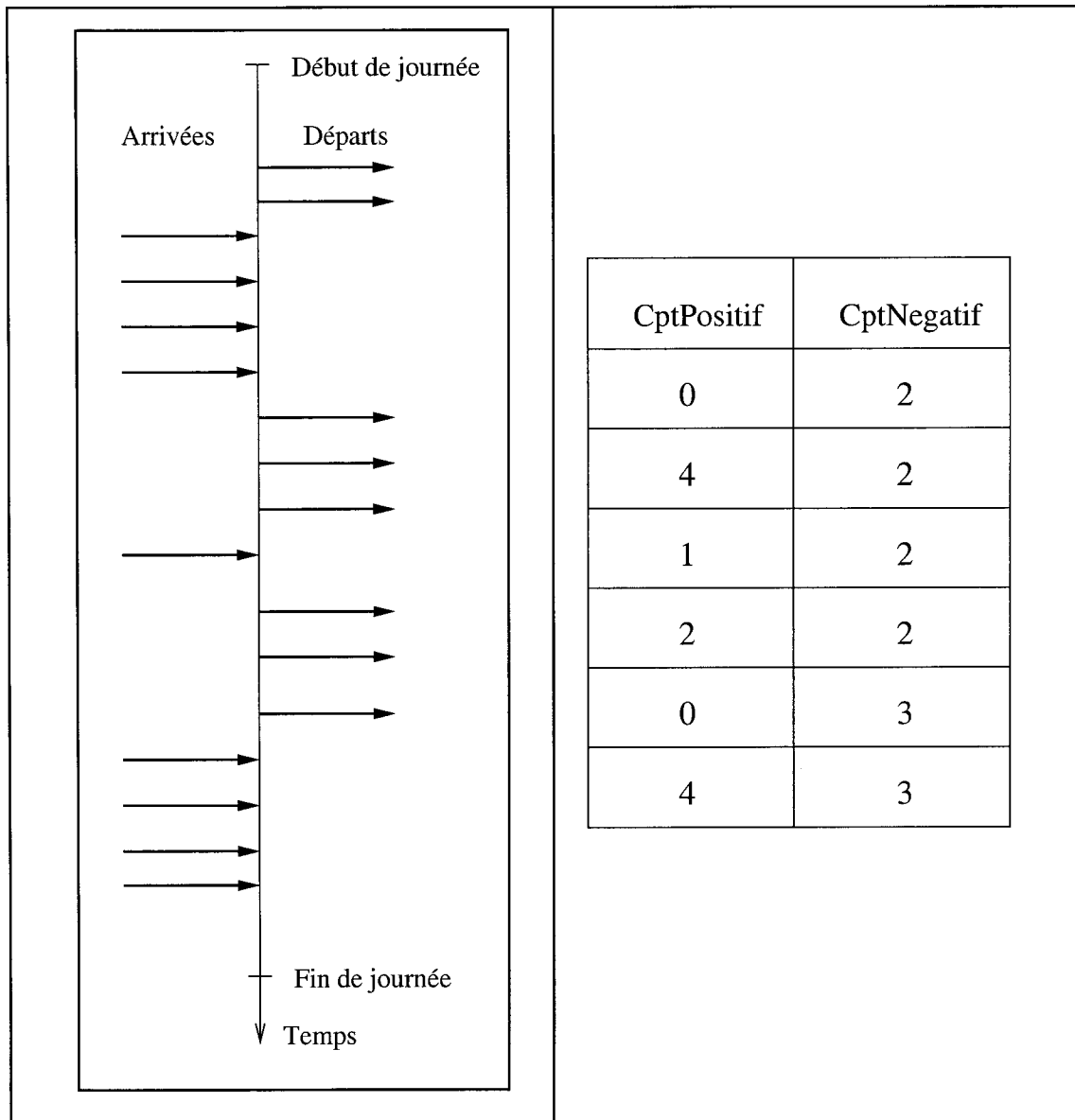


Figure 4.6 – Exemple de calcul de bornes inférieures par comptage

réseau est constitué uniquement des noeuds représentant les arrivées et les départs ainsi que les arcs de connexion à l'intérieur d'un même service de vol. Soit  $L_1^d$  l'ensemble des arcs de connexion à l'intérieur d'un même service de vol  $(i, j)$  reliant un noeud  $i \in A^d$  à un noeud  $j \in D^d$ . Les conditions d'existence de ces arcs sont celles qui s'appliquent aux connexions à l'intérieur d'un même service de vol de la section 4.2 et en utilisant les mêmes valeurs de paramètres.

Un coût de -1 est associé à tous les arcs du réseau. La solution du problème ainsi défini représente le couplage maximal  $M_1^d \subseteq L_1^d$ . Ce couplage correspond au nombre maximal de connexions possibles qui peuvent être effectuées dans la journée. Soit  $\bar{D}_1^d$  et  $\bar{A}_1^d$  les ensembles de départs et d'arrivées qui ne sont pas à une extrémité des arcs du couplage maximal  $M_1^d$ . Les bornes inférieures sont calculées comme suit :  $rd_{min}^d = |\bar{D}_1^d|$  et  $rf_{min}^d = |\bar{A}_1^d|$ .

**Les bornes supérieures :** La même procédure est suivie pour obtenir les bornes supérieures sauf que, dans ce cas, le réseau utilisé contient moins d'arcs par rapport à celui utilisé pour obtenir les bornes inférieures. Pour cela, on fixe un seuil  $S$  pour les connexions acceptables et ainsi tous les arcs de connexion dont la durée dépasse  $S$  seront supprimés. Par analogie, soit  $M_2^d$  le couplage maximal obtenu,  $\bar{D}_2^d$  et  $\bar{A}_2^d$  les ensembles de départs et d'arrivées non couverts par  $M_2^d$ , alors les bornes supérieures sont obtenues comme suit :  $rd_{max}^d = |\bar{D}_2^d|$  et  $rf_{max}^d = |\bar{A}_2^d|$ .

## 4.4 Procédure de prétraitement

Pour tenter d'accélérer les temps de résolution sans détériorer la qualité de la solution, nous proposons d'utiliser une procédure de prétraitement qui identifiera et éliminera des arcs des réseaux sous-jacents au problème avant d'entamer la résolution par l'approche de génération de colonnes présentée au chapitre 3. Pour nos expérimentations,

seul les arcs de service de vol comprenant une connexion jugée non-prometteuse seront éliminés des réseaux bien que les modèles (1.1)-(1.4) et (1.5)-(1.7) permettent aussi d'identifier des repos non-prometteurs. Cette restriction se justifie par la structure des réseaux employés, telle que décrite à la section 3.1. Par abus de langage, nous parlerons ci-bas du coût réduit d'une connexion. Ce coût réduit correspond au coût réduit de la variable représentant cette connexion dans les modèles (1.1)-(1.4) et (1.5)-(1.7). Pour identifier les arcs à éliminer, les modèles (1.1)-(1.4) et (1.5)-(1.7) sont d'abord résolus à l'aide du logiciel CPLEX. La résolution de ces modèles permet d'obtenir pour chaque connexion entre deux vols  $i$  et  $j$ , un coût réduit  $\hat{c}_{ij}$  qui correspond au coût réduit de l'arc associé à l'optimalité. Ce coût réduit se veut, en quelque sorte, une approximation du coût réduit qu'aurait cette connexion à l'optimalité de la relaxation linéaire du PCRE si celui-ci était formulé avec les arcs de vol et de connexion au lieu d'arcs de service de vol.

Puisqu'en général, seulement les connexions ayant un faible coût réduit à l'optimalité de la relaxation linéaire du PCRE font partie de la solution optimale du PCRE, les connexions ayant un coût réduit  $\hat{c}_{ij}$  supérieur à un seuil prédéterminé  $S_{cr}$  sont alors considérées non prometteuses et les arcs de service de vol les contenant sont enlevés des réseaux avant d'entamer le processus de génération de colonnes.

Cette procédure de prétraitement repose donc sur deux hypothèses. Premièrement, le saut d'intégrité du PCRE considéré est inférieur ou égal à la valeur du seuil  $S_{cr}$ . Comme plus d'une connexion ayant un coût réduit positif risque de prendre une valeur positive dans la solution optimale, il est fort probable que le plus grand coût réduit de ces connexions soit une petite fraction du saut d'intégrité. Par conséquent, afin d'éliminer le plus de connexions possibles, le seuil  $S_{cr}$  peut être fixé à une valeur nettement inférieure au saut d'intégrité. Deuxièmement, les modèles proposés (1.1)-(1.4) et (1.5)-(1.7) permettent d'obtenir des approximations des coûts réduits des connexions qui sont assez bonnes.

## CHAPITRE 5 : EXPÉRIMENTATION ET RÉSULTATS NUMÉRIQUES

Dans le chapitre précédent, nous avons décrit le principe de la méthode de prétraitement proposée pour les bases et stations hors-base. Nous présentons dans le présent chapitre les expérimentations et résultats numériques découlant de l'utilisation du prétraitement. Nous commençons dans la première section par décrire les données sur lesquelles les tests seront effectués afin de bien saisir le contexte pratique. Aussi, nous présenterons les caractéristiques de la solution initialement obtenue sans la procédure de prétraitement. Ceci sera suivi par la présentation du plan des tests ainsi que la démarche suivie pour ajuster les différents paramètres des deux modèles d'affectation et de flot à coût minimum. Finalement, les résultats obtenus seront analysés et commentés.

### 5.1 Description des données

Nos expérimentations ont été faites à partir d'un jeu de données fourni par la compagnie Ad Opt Technologies. Ces données sont en fait la liste des vols effectués par la compagnie aérienne North West entre le 10 et le 16 juin 2002, inclusivement. Les rotations débutent et se terminent toujours à une même base d'attachement. Nous avons les trois bases suivantes : Detroit Metropolitan Wayne (DTW), Memphis (MEM) et Minneapolis (MSP). La liste des vols comprend 5516 vols domestiques et transfrontaliers répartis sur les trois bases ainsi que 60 stations hors-base. Pour chaque vol, les informations suivantes sont spécifiées : le numéro d'avion, le numéro de vol, l'heure, le jour, les stations de départ et d'arrivée. La durée des segments de vol varient entre 46 minutes et 5 heures.



Le prétraitement consiste, rappelons-le, à résoudre un problème d'affectation par station et un problème de flot à coût minimum par base et ce sur un horizon hebdomadaire et d'identifier dans chaque cas un ensemble de connexions pouvant être éliminé. L'élimination de ces connexions permet, de réduire le nombre de services de vol sélectionnées par l'optimiseur et devrait permettre d'accélérer les temps de résolution par la méthode de génération de colonnes du problème de partitionnement d'ensemble. Pour ce faire, on doit rassembler toutes connexions interdites dans un même fichier d'entrée. L'optimiseur doit posséder, en plus du fichier des connexions et des données décrites précédemment, d'autres informations concernant le type de flotte pour laquelle on construit les rotations, la liste des stations et des données qui leur sont rattachées tels que les coûts d'hôtel et de transport, les temps de connexion et de repos minimum ainsi qu'une liste des paramètres à utiliser. Ces derniers permettent de manipuler et d'ajuster les données d'entrée ainsi que le processus de résolution (génération et sélection des services de vol, méthodes de branchement, ...).

## 5.2 Tests et résultats

Les expériences numériques sont organisées en cinq étapes. Dans la première étape, un test est effectué sans prendre en considération les connexions interdites obtenues par les prétraitements. Dans l'étape suivante et dans le but d'étudier l'impact des valeurs des paramètres de nos deux modèles, plusieurs scénarios de paramètres sont considérés. Le meilleur de ces scénarios est utilisé dans les tests effectués dans les étapes ultérieures. Dans les trois étapes restantes et suite à l'analyse du comportement de l'optimiseur, plusieurs modifications sont apportées aux deux modèles. Il est à noter que tous les tests présentés dans ce chapitre ont été effectués avec le logiciel *Pairing 8.18* développé par la compagnie Ad Opt Technologies et ce sur des machines utilisant des processeurs de 2.66 GHz.

### 5.2.1 Étape 1

Pour pouvoir déterminer combien il est pertinent d'implanter une étape de prétraitement des connexions au sein de l'optimiseur, nous avons résolu le problème de construction des rotations avec le jeu de données décrit précédemment sans utiliser le prétraitement. Les résultats obtenus sont récapitulés dans le tableau 5.1 qui affiche dans la première colonne le nombre d'arcs du réseau généré (*Arcs*). Dans les colonnes suivantes, on a le nombre de services de vol sélectionnés (*SDV*), la valeur de la solution de la relaxation linéaire ( $Z_{LP}$ ), la valeur de la solution entière ( $Z_{IP}$ ), le nombre de noeuds explorés dans l'arbre de branchement (*BB*), le saut d'intégrité (*GAP*) et finalement, le temps total en heures pour trouver la solution entière (*CPU*).

Tableau 5.1 – Résultats sans prétraitement.

<b>Arcs</b>	<b>SDV</b>	$Z_{LP}$	$Z_{IP}$	<b>BB</b>	<b>GAP</b>	<b>CPU</b>
102451	68664	2538241	2557894	812	19653	10 :31

### 5.2.2 Étape 2

Nous avons procédé par la suite à une série de tests en intégrant les prétraitements et dans lesquels on a changé la valeur du seuil  $S_{cr}$  du coût réduit. L'idée consistait à prendre un seuil plutôt petit dans un premier temps pour interdire un grand nombre de connexions, puis de l'augmenter par la suite si la qualité de la solution est détériorée. Aussi, tout au long de ces tests, nous avons fait varier les paramètres associés aux fonctions de coût des connexions dans les modèles d'affectation et de flot à coût minimum (par exemple, *SeuilTCMax*, *MultipChangtAvion1*, *MultipChangtAvion2* et *MultipRepos*). Le but est de définir les bonnes valeurs qui nous permettront d'identifier des connexions interdites sans détériorer la qualité de la solution. La démarche

Tableau 5.2 – Résultats avec prétraitement.

$N^o$	$S_{cr}$	Cnx	Arcs	SDV	$Z_{LP}$	$Z_{IP}$	BB	GAP	CPU
01	150	1173	100024	67451	2538975	2557402	838	18427	10 :30
02	150	1162	100585	67775	2540804	2567679	1058	26875	11 :11
03	150	1173	100305	67637	2540820	2560611	850	19791	11 :04
04	120	44213	41938	24693	2598205	2635089	1420	36884	07 :55
05	150	42477	46725	28034	2582968	2614571	1229	31603	07 :35
06	150	3124	95027	64608	2547076	2568985	861	21909	10 :14
07	150	33414	73522	45552	2552336	2580033	1263	27697	09 :01
08	150	28789	83224	53092	2544392	2563381	832	18989	09 :32
09	210	26111	86857	56148	2543066	2562888	834	19822	09 :20
10	150	1408	96727	65988	2544347	2565888	886	21541	10 :53
11	150	1468	96187	65739	2544385	2567963	927	23578	11 :40
12	150	1549	94694	65023	2547011	2570427	920	23416	10 :58
13	150	44648	82944	52954	2544513	2566937	882	22424	10 :53

que nous avons suivie pour définir les valeurs des paramètres est globalement pareille à celle suivie pour identifier la meilleure valeur du seuil  $S_{cr}$ . En effet, nous avons fixé les différents paramètres de sorte que les connexions longues soient fortement pénalisées et nous avons observé comment cela affecte la qualité de la solution. Les résultats numériques de ces tests sont présentés dans le tableau 5.2 qui affiche pour chaque test, les mêmes données que celles du tableau 5.1, en plus de trois colonnes qui indiquent le numéro du test ( $N^o$ ), la valeur du seuil ( $S_{cr}$ ) et le nombre de connexions interdites ( $Cnx$ ). Avant de commenter les résultats obtenus, il faut signaler que la phase de branchement est heuristique, elle est sensible à toute modification dans le problème et pourrait influencer les résultats. Les résultats ne reflèteraient alors pas seulement la prise en considération des connexions interdites mais aussi le comportement du branchement. À cet effet, la comparaison des résultats se fera principalement par rapport à la solution optimale de la relaxation linéaire.

En comparant les résultats du tableau 5.2 avec ceux du tableau 5.1, nous avons

observé qu'il était possible de les ranger en trois groupes : résultats semblables à ceux de référence, plus rapides et moins bons et en final des résultats plus lents et moins bons. Dans le premier, nous avons été surpris de voir à quel point le prétraitement ne modifie pas substantiellement le processus de résolution. En effet, même si on a réussi à générer un ensemble d'arcs de connexion à retrancher, la qualité de la solution et le temps d'exécution étaient assez proches de ceux de la solution obtenue sans la procédure de prétraitement. Cela nous a laissé penser que les connexions interdites obtenues par notre heuristique auraient déjà été supprimées par le logiciel Pairing et ainsi le prétraitement effectué dans ce cas s'avérait inutile. Comme on peut le constater par le tableau 5.2, les paramètres utilisés pour le test 1 donne le meilleur résultat. Ils seront donc utilisés dans les tests subséquents. Pour les tests faisant partie du second groupe, on a constaté d'une part, que les temps de résolution se sont améliorés. Cette amélioration a été engendrée par l'augmentation du nombre de connexions interdites. Celui-ci excédait plus de la moitié des connexions possibles qui était de 54923. D'un autre côté, la qualité des solutions s'est beaucoup détériorée. Cela signifiait que parmi les connexions interdites, il figurait de bonnes connexions qui ne devaient pas être supprimées. Dans le troisième groupe, la qualité de la solution s'est détériorée et les temps d'exécution étaient sensiblement plus lents.

En regardant les résultats obtenus, il apparaît que le critère de sélection d'une connexion interdite basé sur le coût réduit avec les modèles tels que définis dans le chapitre 3 doit être remis en question. Il a fallu dans un premier temps identifier les paramètres internes de l'optimiseur afin d'apporter des réajustements à nos deux modèles. Ces réajustements sont discutés dans les paragraphes qui suivent.

### 5.2.3 Étape 3

En analysant les paramètres de l'optimiseur ainsi que les différents résultats obtenus précédemment, on a remarqué qu'il y avait principalement cinq ajustements à

apporter dans nos deux modèles,

Premièrement, lorsqu'une connexion de jour (les vols d'arrivée et de départ se font le même jour) dépasse 4 heures, les membres d'équipage ont droit à une chambre d'hôtel. Ceci se traduit par une augmentation du coût de la connexion. Ceci nous a permis de fixer la valeur de  $SeuilTCMax$  à 4 heures au lieu de 5 heures et de rajouter un coût fixe  $C_{room}$  à toutes les connexions qui dépassent  $SeuilTCMax$ .

Deuxièmement, une connexion de jour ne doit pas dépasser 7 heures et une de nuit (le départ se fait le jour suivant de l'arrivée) ne doit pas dépasser 4 heures. Cette remarque nous a permis d'apporter des modifications dans la construction des réseaux utilisés pour les problèmes d'affectation et de flot à coût minimum. Ces derniers seront dépourvus des arcs de connexion de jour dépassant 7 heures et de nuit dépassant 4 heures.

Troisièmement, dans nos deux modèles tels que définis dans le chapitre précédent, les durées minimums de connexion et de repos ont été fixées à 30 min et 540 min, respectivement, pour toutes les stations, ce qui n'est pas réellement le cas. Il arrive que ces valeurs changent selon que les segments de vol à connecter sont domestiques, transfrontaliers ou internationaux. Ainsi, on a corrigé les valeurs de ces deux paramètres à partir d'un des fichiers de données utilisé par l'optimiseur et qui définit les vraies valeurs pour chaque station.

Quatrièmement, chaque connexion avec changement d'avion et dont la durée est inférieure à 90 min est pénalisée par l'optimiseur. Ceci permet de construire des rotations qui ne se détruisent pas au moindre retard ou perturbation dans les heures de vol. On a donc pu constater que les coûts des connexions avec changement d'avion qu'on a défini permettent de favoriser les courtes connexions. La nouvelle formule que nous proposons est la suivante :

$$c_{ij} = \begin{cases} \text{MultipChangtAvion1} \cdot (d(i, j) - \text{ReducteurTC}) \\ \text{si } \text{SeuilTCMemeAvion} < d(i, j) \leq \text{SeuilTCMax} \\ \\ \text{MultipChangtAvion2} \cdot (d(i, j) - \text{ReducteurTC}) \\ \text{si } d(i, j) < \text{SeuilTCMin} \text{ ou } \text{SeuilTCMax} < d(i, j). \end{cases}$$

où  $\text{SeuilTCMin} < \text{SeuilTCMemeAvion} < \text{SeuilTCMax}$ . Le paramètre  $\text{SeuilTCMin}$  est fixé à 90 min pour les tests effectués.

Cinquièmement, il faut prendre en considération lors de la génération des connexions interdites tout ce qui est défendu, suggéré ou imposé. Ça peut être des connexions, des services de vol ou même des rotations entières.

Après ces modifications, l'ensemble des connexions admissibles a été réduit considérablement. Effectivement, le nombre total de connexions est passé de 54923 à 37472. Les résultats obtenus suite à ces modifications sont présentés dans le tableau 5.3. On a envisagé deux tests tels que, dans le premier, seules les stations hors-base ont été traitées. Ça nous a permis d'effectuer une analyse détaillée des caractéristiques des connexions interdites générées station par station vue la taille relativement petite des stations. Dans le deuxième, on a considéré l'ensemble de toutes les stations. Avec les nouvelles modifications, nous avons constaté que les résultats étaient semblables à ceux d'avant : plus le nombre de connexions interdites est grand, plus la qualité de la solution est détériorée.

Tableau 5.3 – Résultats de l'étape 3.

$N^o$	$S_{cr}$	Cnx	Arcs	SDV	$Z_{LP}$	$Z_{IP}$	BB	GAP	CPU
14	210	511	98990	67056	2540946	2556328	781	15383	10 :41
15	210	17397	79381	51181	2541754	2562733	826	20979	09 :32

### 5.2.4 Étape 4

Pour effectuer une sélection plus précise des connexions interdites, nous avons défini un autre critère d'évaluation que la durée de celles-ci. Il s'agit de déterminer le gras d'un service de vol (i.e., l'excédent de crédits payés) qui est parmi les plus importants critères utilisés par l'optimiseur pour sélectionner un ensemble de services de vol susceptibles de construire une solution admissible aussi bonne que possible. Avant de présenter la nouvelle formule de calcul de coût d'une connexion, nous définissons tout d'abord le gras qui est une portion du temps payé lorsque l'équipage est en devoir mais non-productif (attente, mise en place,...). La façon d'évaluer la pertinence d'une connexion avec le nouveau critère considère intéressante toute connexion permettant de construire un service de vol à faible gras.

Notons par  $BLK$  le temps de vol (passif et actif) et  $TOG$  le temps d'attente au sol et  $SDV$  la durée d'un service de vol. Ces temps se calculent comme suit :

$$BLK = \sum \text{duree vols} \quad (5.1)$$

$$TOG = \text{briefing} + \text{debriefing} + \sum \text{duree connexions} \quad (5.2)$$

$$SDV = BLK + TOG. \quad (5.3)$$

Pour calculer le gras d'un service de vol, on doit tout d'abord calculer le coût de ce dernier  $C_{SDV}$  qui s'obtient comme suit :

$C_{SDV} = \text{Max}(BLK, \rho(BLK + TOG))$  où  $\rho$  est un facteur compris entre 0 et 1. Ainsi, le coût du service de vol est le maximum entre le temps de vol et une proportion de la durée totale du service de vol. Pour les tests que nous avons effectués,  $\rho$  a été fixé à 0.5. Le gras  $G_{SDV}$  se calcule par la formule suivante :

$G_{SDV} = C_{SDV} - BLK$ . Comme  $\rho = 0.5$ , le gras d'un service de vol est alors :

$$G_{SDV} = \begin{cases} 0 & \text{si } BLK \geq TOG \\ TOG - BLK & \text{sinon.} \end{cases}$$

Nous pouvons donc remarquer que plus le temps d'attente au sol dépasse le temps total de vol dans un service, le gras de celui-ci devient important. Dans le cas du pré-traitement local que nous effectuons, rappelons que nous ne disposons pour chaque station que de la durée du vol d'arrivée et celui de départ. Nous pouvons supposer en vertu de l'équation (5.1) qu'un service de vol est construit à partir du vol d'arrivée, du vol de départ et de la connexion entre les deux. Ainsi :

$$BLK = \text{durée arrivée} + \text{durée départ}$$

$$TOG = \text{briefing} + \text{debriefing} + \text{durée connexion}.$$

Avec cette nouvelle formule, on va pénaliser toute connexion permettant de construire un service de vol avec un gras important. On peut constater qu'il est possible de réduire le nombre de connexions interdites générées pour les tests précédents. En effet, avec la formule initiale, une connexion qui dépasse 4 heures est considérée comme mauvaise et est fortement pénalisée. Par contre, la même connexion peut être bonne pour la garder dans le réseau si les vols d'avant et d'après sont suffisamment longs pour que le gras du service de vol soit faible. Toutefois, à cause des suppositions que nous venons de faire, il est impossible d'affirmer avec certitude que les connexions éliminées dans ce cas-ci ne feront pas partie d'une solution optimale.

Nous présentons dans le tableau 5.4 les résultats obtenus avec la nouvelle formule. On voit que la qualité de la solution est semblable à celui du test de référence (tableau 5.1). D'ailleurs, pour le test 16, on obtient une solution entière légèrement de meilleure qualité (2556822 vs 2557894). En comparant les résultats de ce tableau avec ceux du tableau 5.3, on remarque une diminution du nombre de connexions interdites. Cette diminution est due au changement dans la structure du calcul des coûts entre les connexions et les repos. Ainsi, en analysant les coûts des arcs de nos deux modèles, on a observé que les coûts des arcs de repos étaient beaucoup plus élevés que ceux des arcs de connexion, puisque les coûts n'ont plus la même structure. Il s'avère donc pertinent de définir un modèle hybride dans lequel le choix de la formule pour le calcul



du coût d'une connexion varie en fonction de la valeur du gras obtenue. Ce sont les services de vol avec gras positif qui nous intéressent le plus car ils sont susceptibles d'augmenter le nombre de connexions interdites. Ainsi, on pensait intéressant de calculer le coût d'une connexion en utilisant la première formule lorsque le gras est strictement positif.

Tableau 5.4 – Résultats avec le calcul de gras.

$N^o$	$S_{cr}$	<b>Cnx</b>	<b>Arcs</b>	<b>SDV</b>	$Z_{LP}$	$Z_{IP}$	<b>BB</b>	<b>GAP</b>	<b>CPU</b>
16	210	70	100696	67770	2540412	2556822	825	16410	10 :19
17	210	3471	97580	65417	2540945	2560166	783	19220	10 :23

Les résultats obtenus avec le modèle hybride sont présentés dans le tableau 5.5. On constate que le nombre de connexions interdites dans ce cas a beaucoup augmenté par rapport aux tests 16 et 17. Toutefois, il reste inférieur par rapport aux tests obtenus avec la formule initiale (14 et 15). Ceci confirme ce qui était prévu au départ. En ce qui concerne les solutions obtenues, nous avons constaté une légère détérioration par rapport aux deux tests précédents.

Tableau 5.5 – Résultats avec calcul de coût hybride.

$N^o$	$S_{cr}$	<b>Cnx</b>	<b>Arcs</b>	<b>SDV</b>	$Z_{LP}$	$Z_{IP}$	<b>BB</b>	<b>GAP</b>	<b>CPU</b>
18	210	390	95870	64737	2540377	2560523	794	20146	10 :09
19	210	14729	79381	51181	2541754	2562733	826	20979	09 :33

Nous avons ensuite pensé définir un modèle hybride relaxé où le temps d'attente au sol  $TOG$  est égal uniquement à la durée de la connexion. En analysant les données du tableau 5.6 on remarque que les résultats suivent sensiblement le même schéma que ceux du tableau 5.5.

Tableau 5.6 – Résultats avec calcul de coût hybride relaxé.

$N^o$	$S_{cr}$	<b>Cnx</b>	<b>Arcs</b>	<b>SDV</b>	$Z_{LP}$	$Z_{IP}$	<b>BB</b>	<b>GAP</b>	<b>CPU</b>
20	210	334	99114	67064	2540473	2557940	801	17467	10 :08
21	210	10503	86553	57063	2540957	2562977	882	22020	10 :16

Nous avons terminé la phase de tests par deux tests effectués sans prétraitement et dans lesquels on a fait varier un paramètre de l'optimiseur Pairing qui définit la borne supérieure sur le nombre de services de vol sélectionnés. Les résultats sont présentés dans le tableau 5.7. Soulignons que dans les tests précédents, aucune limite n'a été fixée sur ce nombre. Pour effectuer ces deux tests, on a procédé comme suit : on a choisi les deux tests 19 et 21, à titre d'exemple. Le nombre de services de vol sélectionnés dans chacun est de 51181 et 57063, respectivement. On a lancé par la suite les deux tests 22 et 23 tels que, dans le premier, la borne a été fixée à 51000 et dans le deuxième à 57000. Le but était d'apprécier la différence entre deux tests à la fois, le premier avec prétraitement et le deuxième sans prétraitement et dont les nombres de services de vol ( $SDV$ ) sélectionnés dans les deux tests sont très semblables. Dans les deux cas, on a constaté une légère augmentation du coût des solutions des relaxations linéaires avec une diminution dans les temps de calcul par rapport aux tests 19 et 21, respectivement.

Tableau 5.7 – Résultats avec réduction des services de vol sélectionnés.

$N^o$	<b>Arcs</b>	<b>SDV</b>	$Z_{LP}$	$Z_{IP}$	<b>BB</b>	<b>GAP</b>	<b>CPU</b>
01	102451	68664	2538241	2557894	812	19653	10 :31
22	77611	51000	2542575	2562124	828	19549	08 :46
23	84617	57000	2542017	2567542	1005	25525	09 :52

Pour terminer, en analysant les résultats obtenus avec prétraitement, nous pouvons conclure que la qualité des solutions et les temps de résolution sont restés relativement

semblables au test de référence lorsque le nombre de connexions interdites est réduit. Par contre, on a observé une diminution des temps de calcul accompagnée d'une détérioration de la qualité des solutions lorsque le nombre de connexions interdites est assez élevé.

## CONCLUSION

Le problème de construction des rotations d'équipage aérien consiste à construire un ensemble de rotations qui couvrent à coût minimum tous les segments de vol sur l'horizon considéré en respectant les règles de sécurité et de convention collective. Ce type de problème est, généralement, résolu par une approche de génération de colonnes. Une telle approche est implantée dans le logiciel Pairing, qui repose sur l'optimiseur GENCOL et a été développé par la compagnie Ad Opt Technologies. Il offre une solution robuste, rentable et souple et a servi de base de comparaison pour les tests effectués.

La résolution du problème de construction des rotations d'équipage aérien requiert, généralement, des réseaux de grande taille dans lesquels est calculé très souvent un plus court chemin. La question que nous nous sommes posée était de savoir si on était capable d'identifier avec des modèles faciles à résoudre des arcs qui ne devraient pas faire partie d'une solution optimale afin de les retrancher pour utiliser de plus petits réseaux et ainsi accélérer les temps de calcul.

Nous avons présenté une méthode de prétraitement locale, station par station, visant à réduire la taille du problème et ce par deux modèles mathématiques, plus précisément, un modèle d'affectation pour les stations hors-bases et un modèle de flot à coût minimum pour les bases. Les problèmes issus de ces deux modèles sont de petite taille et se résolvent aisément par CPLEX. Cette méthode a été testée sur un jeu de données fournis par la compagnie Ad Opt, qui correspond à un problème hebdomadaire.

Ce problème hebdomadaire a été résolu avec différents scénarios. Premièrement, le problème a été résolu sans utiliser de prétraitement. La deuxième série de tests consistait à résoudre le problème en intégrant les prétraitements au niveau des bases et des

stations hors-base. Plusieurs tests ont été effectués en faisant varier les différents paramètres des deux modèles. Les résultats ont démontré qu'il était difficile d'obtenir des solutions de bonne qualité en des temps de résolution plus courts et même d'améliorer la qualité de la solution avec des temps de résolution semblables. En conséquence, nous avons étudié plus attentivement les deux modèles afin d'apporter des ajustements et de se rapprocher de la façon dont les mauvaises connexions sont identifiées par l'optimiseur. Des tests ont été effectués en incorporant les ajustements identifiés. Ces tests ont aussi, donné des résultats inférieurs à nos attentes. Finalement, on a modifié la fonction de calcul des coûts des connexions en intégrant l'information sur le gras du service de vol généré par cette dernière. Malheureusement, cela n'a pas non plus permis une amélioration de la qualité ou une réduction dans les temps de résolution.

Pour terminer, les solutions obtenues avec les prétraitements n'étaient pas meilleures que celle qui a été obtenue sans prétraitement. L'implantation de notre méthode pour réduire la taille du réseau et/ou améliorer la qualité de la solution avec des temps de résolution semblables semble donc sans succès pour le moment. Il faut dire que le logiciel Pairing qui a servi de base de comparaison est un logiciel commercial, implanté et testé dans plus d'une trentaine de compagnies aériennes, qui fait appel à de nombreuses procédures heuristiques pour faire la sélection a priori des services de vol qui seraient rendus disponibles pour l'optimiseur. Suite aux tests effectués dans ce mémoire, on peut conclure qu'il est difficile de développer au cours d'un projet de recherche maîtrise une procédure locale qui permettra de donner de meilleurs résultats qu'un logiciel ayant plus de douze ans d'existence et d'évolution.

## BIBLIOGRAPHIE

ANBIL, R., JOHNSON, E. et TANGA, R., (1991). Recent Advances in Crew Pairing Optimization at American Airlines. *Interfaces* 21, 62-74.

ANBIL, R., FORREST, J. et PULLEYBLANK, W., (1998). Column Generation and the Airline Crew Problem. *Documenta Mathematica*. Extra volume ICM III, 677-686.

ANDERSSON, E., HOUSOS, E., KOHL, N. et WEDELIN, D., (1998). Crew Pairing Optimization. Yu, G., ed., *Operations Research in the Airline Industry*, Kluwer Academic Publishers, 228-258.

BARNHART, JOHNSON, E., NEMHAUSER, G., SAVELSBERGH, M. et VANCE, P., (1998). Branch-and-price : Column Generation for Solving Huge Integer Programs. *Operations Research*, 46, 316-329.

BARNHART, C., COHN, A., JOHNSON, E., KLABJAN, D., NEMHAUSER, G. et VANCE, P., (2003). Airline Crew Scheduling. Hall, R.W., ed., *Handbook of Transportation Science*, Kluwer Scientific Publishers, 517-560.

COHN, A. et BARNHART, C, (2003). Improving Crew Scheduling by Incorporating Key Maintenance Routing Decisions. *Operations Research*, 51, 387-393.

CORDEAU, J., DESROSIERS, J., SOUMIS, F. et STOJKOVIC, G., (2001). Benders Decomposition for Simultaneous Aircraft Routing and Crew Scheduling. *Transportation Science*, 35(4), 375-388.

CORDEAU, J., MERCIER, A., et SOUMIS, F., (2005). A Computational Study of Benders Decomposition for the Integrated Aircraft Routing and Crew Scheduling Problem. *Computers et Operations Research* 32, 1451-1476.

- DESAULNIERS, G., DESROSIERS, J., DUMAS, Y., MARC, S., RIOUX, B., SOLOMON, M. et SOUMIS, F., (1997). Crew Pairing at Air France. *European Journal of Operational Research*, 97(2), 245-297.
- DESAULNIERS, G., DESROSIERS, J., GAMACHE, M. et SOUMIS, F., (1998 a). Crew Scheduling in Air Transportation. In : *Fleet Management and Logistics*, T.G. Crainic and G.Laporte eds., Kluwer, Norwell, MA, 169-185.
- DESAULNIERS, G., DESROSIERS, J., IOACHIM, I., SOLOMON, M. et SOUMIS, F., (1998 b). A Unified Framework for Deterministic Time Constrained Vehicle Routing and Crew Scheduling Problems. In : *Fleet Management and Logistics*, T.G. Crainic and G.Laporte eds., Kluwer, Norwell, MA, 57-93.
- DESAULNIERS, G., DESROSIERS, J., LASRY, A. et SOLOMON, M., (1999). Crew Pairing for a Regional Carrier. Computer-Aided Transit Scheduling, Lecture Notes in *Economics and Mathematical Systems* 471, N.H.M. Wilson (ed), Springer, Berlin, 19-41.
- DESROCHERS, M. et SOUMIS, F., (1988). A Generalized Permanent Labeling Algorithm for the Shortest Problem with Time Windows. *European Journal of Operational Research*, 97(2), 245-297.
- DESROSIERS, J., DUMAS, Y., DESROCHERS, M., SOUMIS, F., SANSONI, B., et TRUDEAU, P., (1991). A Breakthrough in Airline Crew Scheduling. *Interfaces*, 19, 29-43.
- GAMACHE, M., SOUMIS, F., MARQUIS, G. et DESROSIERS, J., (1999). A Column Generation Approach for Large Scale Aircrew Rostering Problems. *Operations Research*, 47, 247-262.
- GAMACHE, M. et SOUMIS, F., (1998). A Method for Optimally Solving the Rostering Problem. In : Yu, G., ed., *Operations Research in the Airline Industry*, Kluwer

Academic Publishers, 124-157.

GERSHKOFF, L., (1989). Optimizing Flight Crew Schedules. *Interfaces*, 19, 29-43.

KLABJAN, D., JOHNSON, E., NEMHAUSER, G., GELMAN, E. et RAMASWAMY, S., (2002). Airline Crew Scheduling Problems with Time Windows and Plane Count Constraints. *Transportation Science*, 36(3), 337-348.

KLABJAN, D., JOHNSON, E., NEMHAUSER, G., GELMAN, E. et RAMASWAMY, S., (2001). Solving Large Airline Crew Scheduling Problems : Random Pairing Generation and Strong Branching. *Computational Optimization and Applications*, 20, 73-91.

LAVOIE, S., MINOUX, M. et ODIER, E., (1988). A New Approach for Crew Pairing Problems by Column Generation with an Application to Air Transportation. *European Journal of Operational Research*, 35, 45-58.

VILLENEUVE, D. et DESAULNIERS, G., (2005). The Shortest Path Problem with Forbidden Paths. *European Journal of Operational Research*, 165(1), 97-107.